ÜBER DIE EIGENBEWEGUNG DER FIXSTERNE

IV. MITTEILUNG: DAS VERTEILUNGSGESETZ DER EIGENBEWEGUNGEN

VON

S. OPPENHEIM

(SUBVENTIONIERT VON DER HOHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN AUS DEM LEGATE SCHOLZ)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 20. MÄRZ 1919

Sowohl die Kapteyn'sche Hypothese der zwei Schwärme, wie die ellipsoidale Schwarzschilds, die beide zur Erklärung der eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten in den Eigenbewegungen der Fixsterne aufgestellt wurden, stützen sich in der Begründung ihrer Annahmen auf die Ergebnisse von Sternzählungen, die in der Weise ausgeführt werden, daß man den Himmel in kleinere Gebiete von möglichst gleichem Flächeninhalt teilt, in jedem von ihnen die Positionswinkel der Eigenbewegungen der in ihnen vorkommenden Sterne berechnet, sie sodann nach diesen Positionswinkeln ordnet, in Gruppen für ein bestimmtes Intervall vereinigt und deren Zahl in jeder Gruppe festlegt. Die erste Hypothese setzt als Häufigkeitsfunktion für die so aus den Beobachtungen abgeleiteten Sternzahlen die Form

$$dN = N_1\, e^{-h^2(u_1^2+v_1^2)}\,.\, du_1\, dv_1 + N_2\, e^{-h^2(u_2^2+v_2^2)}\,.\, du_2\, dv_2$$

fest, damit dem Gedanken Ausdruck gebend, als ob der ganze Himmel mit einer Gesamtmenge von N Sternen in zwei sich ganz unabhängig von einander bewegende Schwärme zerfalle, deren Sternzahlen einzeln N_1 und N_2 und deren Geschwindigkeitsvektoren auf der scheinbaren Himmelskugel u_1 und v_1 beziehungsweise u_2 und v_2 sind und endlich als ob für jeden Schwarm das Maxwell'sche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung gelte. Die zweite macht dagegen den Ansatz

$$dN = N.e^{-(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)}\, du\, dv\, dw$$

mit der speziellen Annahme $b = c$, so wiederum, als ob die Dichteverteilung der drei räumlichen Geschwindigkeitskomponenten u, v und w nicht eine kugelförmige sondern eine ellipsoidische wäre, wobei dann die Achsen des Ellipsoides die ausgezeichneten Richtungen vorstellen, die die Sterne in ihren Bewegungen bevorzugen, eine Anschauung, ohne die man nach der gegenwärtigen Kenntnis von der Verteilung der Eigenbewegungen nicht auskommen zu können glaubt.

Beide Hypothesen erzielen eine fast gleich gute Darstellung der beobachteten Sternzahlen, deren Durchschnittsfehler etwa 11 bis 12 auf ein 100 Sterne umfassendes Gebiet beträgt, so daß zur Zeit

auf ihrer Grundlage allein keine Entscheidung zugunsten der einen oder der anderen Hypothese getroffen werden kann, wie wohl nicht zu verkennen ist, daß ein Nachteil insoweit auf der Seite der ersteren liegt, als sie zu dieser Darstellung eine Konstante mehr heranzieht als die zweite, nämlich die Aufteilung der Gesamtzahl N der Sterne in die zwei Teilschwärme N_1 und N_2.

Beiden Hypothesen habe ich nun eine dritte gegenübergestellt und sie in drei, in den Denkschriften dieser Akademie veröffentlichten Abhandlungen: Über die Eigenbewegung der Fixsterne; I. Mitteilung: Kritik der Zweischwarmhypothese. 1911, II. Mitteilung: Entwicklung nach Kugelfunktionen, 1915 und III. Mitteilung: Kritik der Ellipsoidhypothese, 1916, entwickelt. Im wesentlichen besteht diese neue Hypothese in der Annahme, daß die konstatierten Gesetzmäßigkeiten in der Anordnung der Geschwindigkeiten die gleichen systematischen Charakterzüge zeigen, wie sie in dem geozentrischen Laufe der kleinen Planeten auftreten, daß also, sowie zu deren Erklärung die Annahme einer exzentrischen Stellung der Erde gegenüber der Sonne genügt, auch die gleiche einfache Annahme einer exzentrischen Stellung der Sonne gegenüber dem Schwerpunkt des betrachteten Sternsystems für die Bewegungen in ihm maßgebend ist. In der Tat brachte auch eine harmonische Analyse der Eigenbewegungen der Sterne in Rektaszension, ferner ihrer Radialbewegungen und endlich der Sternzahlen von einer bestimmten Richtung ihrer Eigenbewegung den Nachweis, daß alle diese Größen von einer einzigen Hauptrichtung, nämlich der nach dem Apex der Sonnenbewegung abhängen und daß sonst keine anderen irgendwie von den Sternen in ihren Bewegungen bevorzugte Richtungen vorhanden sind.

Nur eine Frage ließ die Untersuchung bisher noch offen, die Frage nämlich, wie es sich bei dieser Annahme mit der Verteilung der Geschwindigkeiten der Sterne verhält, oder mit anderen Worten, welches der dieser neuen Hypothese entsprechende analytische Ausdruck für die Verteilung der Sternzahlen in ihrer Abhängigkeit vom Positionswinkel ist. Ihrer Beantwortung ist die vorliegende Mitteilung gewidmet. Doch ist die gegebene Lösung nur eine genäherte, trotzdem aber die durch sie erzielte Darstellung eine so gute, daß sie keineswegs der durch die zwei älteren gegebenen nachsteht und zunächst kein Grund vorliegt, auf höhere Glieder der Entwicklung einzugehen.

Die Grundlage für die Lösung bilden die folgenden zwei Annahmen. Indem zwischen der baryzentrischen Bewegung der Sterne und ihrer geo- oder, was, soweit es sich wie hier nur um Fixsterne handelt, damit identisch ist, ihrer heliozentrischen unterschieden wird, bestehe die erste Annahme in der Forderung: die baryzentrische Bewegung der Sterne befolge genau das Maxwell'sche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung, für die Sternzahlen gelte also der Ansatz

$$dN = Ce^{-h^2(u^2+v^2)}\,du\,dv,$$

worin u und v die baryzentrischen Vektoren der Spezialbewegung der Sterne bedeuten. Die zweite Annahme füge diesem Ausdrucke noch einen Faktor hinzu, der, von der exzentrischen Stellung der Sonne gegenüber dem Baryzentrum abhängig gedacht, dadurch den Übergang von der bary- zur heliozentrischen Verteilung bewerkstelligt. Die Sternzahl N tritt damit in Form des Produktes zweier Faktoren auf, von denen der erste der Anschauung entspricht, als ob das Sternsystem sich, was seine inneren Bewegungen anlangt, ganz analog verhalte mit einem Gase mit den verworrenen nur durch das Gesetz des Zufalls bestimmten Bewegungen seiner Moleküle, der zweite dagegen die Tatsache ausdrückt, daß der Anblick dieser Bewegungen nicht vom Schwerpunkt des Systems aus erfolgt, sondern von einem exzentrisch liegenden Standpunkt aus und dadurch schon jene eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten entstehen, die nach den neuen Untersuchungen über die Eigenbewegungen der Sterne in ihnen vorhanden sein sollen.

I. Ableitung der Verteilungsfunktion.

1. Nach der ersten Annahme ist

$$dN = Ce^{-h^2(u^2+v^2)}\,du\,dv \qquad 1)$$

zu setzen, worin u und v die baryzentrischen Komponenten der Spezialbewegung der Sterne bedeuten. Schon ihre rechnerische Durchführung ist nur näherungsweise möglich und es soll diese Näherung darin bestehen, daß der Unterschied zwischen den baryzentrischen Vektoren u und v und den entsprechenden heliozentrischen als eine von der Exzentrizität der Sonnenstellung gegenüber dem Baryzentrum der Sterne abhängige kleine Größe erster Ordnung angesehen und zunächst vernachlässigt werde. Damit werden u und v identisch mit den heliozentrischen Komponenten der Geschwindigkeit auf der scheinbaren Himmelskugel und der weitere Rechnungsgang fällt genau mit dem von Eddington befolgten zusammen. Man setze

$$u^2+v^2 = s^2+w^2-2sw\cos(\vartheta-\vartheta_1),$$

worin w die Geschwindigkeit der Sonnenbewegung, ϑ_1 ihren Positionswinkel, ferner s die beobachtete Sternbewegung auf der scheinbaren Himmelskugel und ϑ ihre Positionswinkel vorstellen, die sich aus den beobachteten Bewegungen in Rektaszension, $\Delta\alpha$ und in Deklination $\Delta\delta$ nach den Formeln

$$s\sin\vartheta = \cos\delta\,\Delta\alpha \qquad s\cos\vartheta = \Delta\delta$$

ergeben. Danach wird

$$dN = Ce^{-h^2(s^2+w^2-2sw\cos(\vartheta-\vartheta_1))}\,ds\,d\vartheta \qquad 2)$$

und dieser Ausdruck ist, um einzig die Abhängigkeit der Sternzahl N vom Positionswinkel ϑ zu erhalten, nach s von $0-\infty$ zu integrieren. Es folgt

$$N d\vartheta = C\left[\frac{1}{2} + \tau e^{-\tau^2}\int_{-\tau}^{\infty} e^{-x^2}dx\right]d\vartheta = Cf(\tau)\,d\vartheta, \qquad 3)$$

wenn man die Abküzungen

$$\tau = hw\cos(\vartheta-\vartheta_1) \qquad f(\tau) = \frac{1}{2} + \tau e^{-\tau^2}\int_{-\tau}^{\infty} e^{-x^2}dx$$

einführt, eine Gleichung, die eine direkte Berechnung von N und damit einen Vergleich mit den beobachteten Sternzahlen gestattet, sobald nur die beiden Unbekannten w und ϑ_1 bekannt sind. Zu ihrer Berechnung führt der folgende Weg. Bezeichnet N_ϑ die dem Positionswinkel ϑ entsprechende Sternzahl, ebenso N'_ϑ die dem Positionswinkel $180+\vartheta$ zukommende, so hat man für die erste

$$N_\vartheta\,d\vartheta = Cf(\tau)\,d\vartheta$$

für die zweite in gleicher Art

$$N'_\vartheta\,d\vartheta = Cf(-\tau)\,d\vartheta$$

und durch Division beider ergibt sich

$$N_\vartheta : N'_\vartheta = f(\tau) : f(-\tau) \qquad 4)$$

Liegt nun eine Tafel der Funktionswerte $f(\tau)$ und neben ihr auch eine solche der Quotienten $f(\tau):f(-\tau)$ vor und beide finden sich zuerst bei Eddington[1] und sodann in größerer Ausdehnung und für kleinere Intervalle der Variable τ bei Charlier[2] berechnet vor, so kann man aus der letzten

---

[1] Eddington: On the systematic motions of the stars. Monthly. Not. 67, 1907.

[2] Charlier: Eine Studie über die Analyse der Sternbewegungen. Meddel. fran Lunds. astr. observ. 1917.

Gleichung 4) das dem Quotienten $N_\vartheta : N'_\vartheta$ der beiden Sternzahlen mit den Positionswinkeln ϑ und $180 + \vartheta$ entsprechende Argument

$$\tau = h\,w \cos(\vartheta - \vartheta_1)$$

ableiten. Die Zahl dieser so gefundenen τ-Werte ist so groß wie die halbe Anzahl der über die Positionswinkel ϑ sich erstreckenden Sternabzählungen eines Gebietes. Führt man in τ als Unbekannte

$$x = hw \cos \vartheta_1 \qquad y = hw \sin \vartheta_1 \tag{5}$$

ein, so gibt ein jeder τ-Wert eine Gleichung von der Form

$$\tau = x \cos \vartheta + y \sin \vartheta,$$

die nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst, x und y und aus ihnen hw und ϑ_1 liefern. Die Zahl dieser Konstanten ist wiederum so groß wie die Zahl der Flächengebiete, in die der Himmel geteilt wurde und über die sich die Sternzählungen erstrecken. Sie geben nach Einführung von

$$-X = w_1 \cos A_1 \cos D_1 \qquad -Y = w_1 \sin A_1 \cos D_1 \qquad -Z = w_1 \sin D_1$$

als den Vektoren der Sonnenbewegung als neuen Unbekannten die Gleichungen

$$\begin{aligned} x &= -X \sin\alpha + Y \cos\alpha \\ y &= -X \cos\alpha \sin\delta - Y \sin\alpha \sin\delta + Z \cos\delta \end{aligned} \tag{6}$$

in der entsprechenden Anzahl und durch deren Auflösung nach der Methode der kleinsten Quadrate die Werte für w_1 als die Geschwindigkeit der Sonnenbewegung und A_1 und D_1 als Rektaszension und Deklination ihrer Richtung, das ist ihres Apex.

2. Die Berechnung des zweiten Faktors in dem Ausdrucke für die Sternzahlen N stützt sich auf eine Annahme über die räumliche Verteilung der Sterne. Als einfachste erschien mir dabei die folgende: denkt man sich ein kleines Flächenstück am Himmel begrenzt vom Inhalt f, so soll die Zahl der Sterne, die in dem Kegelraum zwischen diesem Sektor und dem Auge des Beobachters liegen, proportional angenommen werden, dem Volumen dieses Kegelraumes und daher

$$N = C f P \rho$$

sein, worin C eine Konstante, ρ die Dichte der Sterne, das heißt, deren Zahl in der Volumseinheit S und P die Normale bedeutet, die von dem Standpunkt des Beobachters aus auf die betrachtete Fläche am Himmel gezogen werden kann. Es sei diese Normale die Hauptnormale des betreffenden Gebietes am Himmel genannt. Für einen anderen Beobachtungspunkt wird in gleicher Art, wenn man die entsprechenden Größen mit C', P' und ρ' bezeichnet, unter Voraussetzung desselben f

$$N' = C' f P' \rho'$$

sein. Durch Division folgt daraus

$$N ; N' = C P \rho : c' P' \rho'$$

eine Gleichung, die sich sofort in

$$N : N' = K P : P' \tag{7}$$

vereinfacht, wenn $C : C' = K$ gesetzt und andrerseits, wie dies hier durchaus geschehen soll, $\rho = \rho'$, das ist eine gleichmäßige Dichteverteilung der Sterne im ganzen Raume angenommen wird.

Indes bezieht sich in dieser Gleichung die Zahl N auf den ganzen Kegelraum, der vom Auge des Beobachters bis zu dem bestimmten Gebiete am Himmel reicht. Die Beobachtungen verlangen aber nicht diese Zahl, sondern nur jene, die für den bestimmten Flächenschnitt des ganzen Kegelraumes giltig ist, der unter dem Positionswinkel ϑ durch dessen Achse gelegt werden kann. Man kann nun annehmen, daß die Zahl der Sterne in diesem Achsenschnitte proportional ist, der Länge der Normalen, die man vom Beobachtungspunkte aus auf die unter dem Positionswinkel ϑ in dem

betrachteten Flächenteile am Himmel gelegte Schnittlinie ziehen kann. Es sei diese Normale die dem Positionswinkel ϑ zugehörige Teilnormale des entsprechenden Gebietes am Himmel genannt und mit P_ϑ bezeichnet, es bedeute ebenso N_ϑ die Zahl der in einem solchen Flächenschnitte liegenden, also dem Positionswinkel ϑ zugehörigen Sterne, dann wird in derselben Art, wie die Gleichung 7) für den ganzen Kegelraum gilt, für jeden seiner einzelnen durch ϑ bestimmten Schnitte die Gleichung

$$N_\vartheta : N'_\vartheta = KP_\vartheta : P'_\vartheta \tag{8}$$

anzusetzen sein und man hat nur die Aufgabe, um N_ϑ oder N'_ϑ zu finden, die Normalen P_ϑ und P'_ϑ zu berechnen. Hiezu muß wieder eine Annahme über die Form des Sternsystems gemacht werden, über das sich die Sternzählungen erstrecken. Die einfachste ist die, ihm die Form einer Kugel zuzuschreiben. P bedeutet dann die Länge der Normale von einem beliebigen Punkte im Innern der Kugel auf eine in einem zweiten gelegte Tangentialebene und P_ϑ die Normale von demselben Punkte aus auf eine in dieser Tangentialebene unter einem gegebenen Positionswinkel ϑ gezogene Tangentiallinie. Unter Einführung der folgenden Bezeichnungen:

1. X, Y und Z oder in Polarform R, A und D als der Koordinaten des Punktes, von dem aus die Normalen zu ziehen sind,

2. ξ, η und ζ oder ρ, α und δ als der Koordinaten des Mittelpunktes des Gebietes, an das die Tangenten zu legen sind, wird

$$P = \rho - (X\xi + Y\eta + Z\zeta)/\rho$$

$$P_\vartheta^2 = \left[\rho - \frac{Y\xi + Y\eta + Z\zeta}{\rho}\right]^2 + [AX + BY + CZ]^2$$

mit den Abkürzungen

$$A = -\frac{\xi\zeta \sin\vartheta}{\rho\sqrt{\xi^2+\eta^2}} + \frac{\eta \cos\vartheta}{\sqrt{\xi^2+\eta^2}}$$

$$B = -\frac{\eta\zeta \sin\vartheta}{\rho\sqrt{\xi^2+\eta^2}} - \frac{\xi \cos\vartheta}{\sqrt{\xi^2+\eta^2}}$$

$$C = \frac{\sqrt{\xi^2+\eta^2}\sin\vartheta}{\rho}$$

Ausdrücke, die durch Polarkoordinaten dargestellt und nach Einsetzen der Hilfswinkel ε und φ definiert durch

$$\begin{aligned} X\xi + Y\eta + Z\zeta &= R\rho \cos\varepsilon = R\rho\,[\cos\delta \cos D \cos(A-\alpha) + \sin\delta \sin D] \\ Z\sqrt{\xi^2+\eta^2} - \frac{\zeta\,[X\xi + Y\eta]}{\sqrt{\xi^2+\eta^2}} &= R\rho \sin\varepsilon \cos\varphi = R\rho\,[-\sin\delta \cos D \cos(A-\alpha) + \cos\delta \sin D] \\ \rho\,\frac{X\eta - Y\xi}{\sqrt{\xi^2+\eta^2}} &= R\rho \sin\varepsilon \sin\varphi = R\rho \cos D \sin(A-\alpha) \end{aligned} \tag{9}$$

die einfachere Form

$$\begin{aligned} P &= \rho\left(1 - \frac{R}{\rho}\cos\varepsilon\right) \\ P_\vartheta &= \rho\sqrt{\left(1 - \frac{R}{\rho}\cos\varepsilon\right)^2 + \frac{R^2}{\rho^2}\sin^2\varepsilon \sin^2(\vartheta - \varphi)} \end{aligned} \tag{10}$$

annehmen.

3. Nun sind zwei Möglichkeiten gegeben, es kann der Mittelpunkt der Kugel mit der Sonne, das ist dem Standort des Beobachters oder aber mit dem Schwerpunkt oder Baryzentrum des Sternsystems zusammenfallen.

Im ersten Falle bedeuten ξ, η und ζ oder

$$\xi = \rho \cos\alpha \cos\delta \qquad \eta = \rho \sin\alpha \cos\delta \qquad \zeta = \rho \sin\delta$$

die heliozentrischen Koordinaten des beobachteten Sterngebietes, X, Y und Z oder, wie von nun ab geschrieben werden soll,

$$X = R \cos A_2 \cos D_2 \quad Y = R \sin A_2 \cos D_2 \quad Z = R \sin D_2$$

die gleichen Koordinaten des Baryzentrums. Werden sohin die heliozentrisch beobachteten Sternzahlen, die zu dem Positionswinkel ϑ gehören, mit N_ϑ, die baryzentrisch geltenden dagegen mit n_ϑ bezeichnet und dabei in Erwägung gezogen, daß für die ersteren sich die angenommene kugelförmige Begrenzung des ganzen sternerfüllten Raumes mit der scheinbaren Himmelskugel deckt, das heißt der Punkt, von dem aus die Normalen zu ziehen sind, mit dem Mittelpunkt der Kugel zusammenfällt und daher $P = P_\vartheta = \rho$ ist, während für die zweiten dieser Punkt mit dem Baryzentrum identisch ist, so geht die Gleichung 8 in diesem ersten Fall über in

$$n_\vartheta : N_\vartheta = KP_\vartheta : \rho$$

oder

$$N_\vartheta = Kn_\vartheta : F \qquad 10a)$$

wo F abkürzend steht für $P_\vartheta : \rho$, das heißt

$$F = \sqrt{\left(1 - \frac{R}{\rho} \cos\varepsilon\right)^2 + \frac{R^2}{\rho^2} \sin^2\varepsilon \sin^2(\vartheta - \varphi)} \qquad 11)$$

eine Gleichung, die aussagt, daß man aus der baryzentrischen Geschwindigkeitsverteilung der Sterne n_ϑ, deren heliozentrische N_ϑ durch Division durch den Faktor F, dessen analytischer Ausdruck durch 11 gegeben ist, findet. Darnach ist also die Gleichung 3 von nun ab zu ersetzen durch die richtigere

$$N_\vartheta \, d\vartheta = Cf(\tau) \, d\vartheta : F \qquad 3a)$$

worin F die ihm nach 11 zukommende Bedeutung hat und den verlangten Transformationsfaktor vorstellt, der die baryzentrische Verteilung $Cf(\tau)\, d\vartheta$ in die heliozentrische überführt.

Schwieriger ist der zweite Fall zu behandeln. Fällt nämlich das Baryzentrum mit dem Mittelpunkte der Kugel zusammen, und sind wieder, wie oben, N_ϑ die heliozentrischen, also beobachteten Sternzahlen, zugehörig zum Positionswinkel ϑ, sowie n_ϑ die baryzentrischen, so bedeuten jetzt ξ, η und ζ die baryzentrischen Koordinaten des Sterngebietes, X, Y und Z die gleichen Koordinaten der Sonne; der eine Punkt, von dem aus die Normalen zu ziehen sind, ist der Mittelpunkt der Kugel; für ihn ist

$$P = P_\vartheta = \rho$$

der zweite ist die Sonne und die Gleichung 8 nimmt damit die Form

$$N_\vartheta = Kn_\vartheta . F \qquad 12)$$

an, mit der gleichen Abkürzung für F wie oben, nämlich

$$F = \sqrt{\left(1 - \frac{R}{\rho} \cos\varepsilon\right)^2 + \frac{R^2}{\rho^2} \sin^2\varepsilon \sin^2(\vartheta - \varphi)}$$

sowie endlich die Gleichung 3 als Ansatz für die Verteilung der Sternbewegungen

$$N_\vartheta \, d\vartheta = Cf(\tau) \, d\vartheta . F \qquad 3b)$$

Aber hier sind die Größen ξ, η und ζ als die baryzentrischen Koordinaten des betrachteten Sterngebietes unbekannt und erst aus den bekannten heliozentrischen abzuleiten. Da eine solche Ableitung zunächst undurchführbar erscheint, so bleibt wieder nur der Weg der Näherung offen, und er soll

wie schon vorher bei den baryzentrischen Geschwindigkeitsvektoren u und v darin bestehen, die Differenz zwischen beiden Koordinaten als eine kleine Größe erster Ordnung anzusehen und sie zu vernachlässigen. Damit werden die ξ, η und ζ mit den beobachtbaren heliozentrischen Koordinaten identisch — und in gleicher Art die beiden Ausdrücke für die Größe F in den beiden Gleichungen $3a$ und $3b$.

4. Die neue Verteilungsfunktion, die an Stelle der Kapteyn'schen der zwei Schwärme oder der Schwarzschild'schen Ellipsoidhypothese tritt, ist

$$N_\vartheta\, d\vartheta = Cf(\tau)\, d\vartheta . F \qquad \text{bezw.} \qquad N_\vartheta\, d\vartheta = Cf(\tau)\, d\vartheta : F.$$

Sie erscheint, wie man sieht, eigentümlicherweise in doppelter Form, einmal mit dem Transformations-Koeffizienten F, als multiplikativem und dann als divisivem Faktor, ohne daß zunächst gesagt werden könnte, welche von diesen beiden Formen die richtige ist, im Gegenteile anzunehmen wäre, daß beide gleichberechtigt sind, das heißt zu gleichen Ergebnissen über die darin enthaltenen Unbekannten führen müßten. Tatsächlich habe ich auch die folgenden Rechnungen in gleicher Vollständigkeit für beide Fälle durchgeführt.

Die Berechnung der Unbekannten selbst in dem Ausdrucke für F gestaltet sich für beide Formen der Verteilungsgleichung in gleicher Art, und zwar wie folgt: Zunächst sieht man, daß sich der Faktor F nicht ändert, wenn man für den Positionswinkel ϑ den um 180° größeren einführt; bezeichnet man daher, wie vorher, die diesen beiden Winkeln zugehörigen Sternzahlen mit N_ϑ, bezw. $N'_\vartheta = N_{180+\vartheta}$, so ist nach der neuen Verteilungsformel

$$N_\vartheta = Cf(\tau) . F \qquad \text{bezw.} \qquad N_\vartheta = Cf(\tau) : F$$

$$N'_\vartheta = Cf(-\tau) . F \qquad \text{»} \qquad N'_\vartheta = Cf(-\tau) : F$$

und die Division beider führt auf die mit 4 identische Beziehung

$$N_\vartheta : N'_\vartheta = f(\tau) : f(-\tau) \tag{4}$$

die erkennen läßt, daß der Vorgang zur Bestimmung der Unbekannten w und ϑ_1 in dem Ausdrucke für τ für die reine Maxwell'sche Verteilung durch die Rücksicht auf den Faktor F nicht berührt wird.

Zur Ableitung der Konstanten in der Funktion F dagegen müssen die Werte von N_ϑ und $f(\tau)$ herangezogen werden, die zweien um 90° voneinander verschiedenen Werten des Positionswinkels ϑ angehören. Bezeichnet man diese mit N''_ϑ beziehungsweise $f''(\tau)$

$$N''_\vartheta = N_{90+\vartheta} \qquad f''(\tau) = f\,[hw \cos(90+\vartheta-\vartheta_1)],$$

so wird für sie der Faktor F

$$F_{90+\vartheta} = F''_\vartheta = \sqrt{\left(1-\frac{R}{\rho}\cos\varepsilon\right)^2 + \frac{R^2}{\rho^2}\sin^2\varepsilon\cos^2(\vartheta-\varphi)}$$

während der ursprüngliche Wert

$$F_\vartheta = \sqrt{\left(1-\frac{R}{\rho}\cos\varepsilon\right)^2 + \frac{R^2}{\rho^2}\sin^2\varepsilon\sin^2(\vartheta-\varphi)}$$

ist. Führt man noch die Abkürzungen

$$1-\frac{R}{\rho}\cos\varepsilon = \mathrm{M} \qquad \frac{R}{\rho}\sin\varepsilon = L \tag{12}$$

ein, so daß

$$F_\vartheta = \sqrt{\mathrm{M}^2 + L^2\sin^2(\vartheta-\varphi)} \qquad F''_\vartheta = \sqrt{\mathrm{M}^2 + L^2\cos^2(\vartheta-\varphi)} \tag{11a}$$

wird, so folgen nunmehr aus dem Ansatz für die Sternverteilung, das ist den Gleichungen 3

$$N_\vartheta = Cf(\tau)\sqrt{\mathrm{M}^2 + L^2 \sin^2(\vartheta-\varphi)} \qquad \text{bezw.} \quad N_\vartheta = Cf(\tau) : \sqrt{\mathrm{M}^2 + L^2 \sin^2(\vartheta-\varphi)}$$

$$N''_\vartheta = Cf(\tau)\sqrt{\mathrm{M}^2 + L^2 \cos^2(\vartheta-\varphi)} \qquad \text{»} \quad N''_\vartheta = Cf(\tau) : \sqrt{\mathrm{M}^2 + L^2 \cos^2(\vartheta-\varphi)}$$

und aus ihnen durch passende Division, nachheriges Quadrieren, ferner durch Addition und Subtraktion der so entstehenden Gleichungen, einerseits:

$$L^2 + 2\mathrm{M}^2 = \left(\frac{N''_\vartheta}{Cf''(\tau)}\right)^2 + \left[\frac{N_\vartheta}{Cf(\tau)}\right]^2 \quad \text{bezw.} \quad L^2 + 2\mathrm{M}^2 = \left[\frac{Cf''(\tau)}{N''_\vartheta}\right]^2 + \left[\frac{Cf(\tau)}{N_\vartheta}\right]^2 \tag{13}$$

andrerseits

$$L^2 \cos 2(\vartheta-\varphi) = \left[\frac{N''_\vartheta}{Cf''(\tau)}\right]^2 - \left[\frac{N\vartheta}{Cf(\tau)}\right]^2 \quad \text{bezw.} \quad L^2 \cos 2(\vartheta-\varphi) = \left[\frac{Cf''(\tau)}{N''_\vartheta}\right]^2 - \left[\frac{Cf(\tau)}{N\vartheta}\right]^2 \tag{14}$$

In die letzte Gleichung als Unbekannte

$$u = L^2 \cos 2\varphi \qquad v = L^2 \sin 2\varphi$$

einführend, erhält man

$$u \cos 2\vartheta + v \sin 2\vartheta = \left[\frac{N''_\vartheta}{Cf''(\tau)}\right]^2 - \left[\frac{N_\vartheta}{Cf(\tau)}\right]^2 \quad \text{bezw.} \quad u \cos 2\vartheta + v \sin 2\vartheta = \left[\frac{Cf''(\tau)}{N''_\vartheta}\right]^2 - \left[\frac{Cf(\tau)}{N_\vartheta}\right]^2 \tag{14a}$$

ein System von Gleichungen, deren Zahl so groß ist, wie $^1/_4$ der Zahl von Teilen, in die das Sterngebiet durch die Intervalle der Positionswinkel geteilt wurde. Sie geben nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst, die beiden Unbekannten u und v, und damit $L = \frac{R}{\rho} \sin \varepsilon$ und φ und endlich durch Substitution von L in die Gleichung 13 noch M. Die Größe $L^2 + M^2$ hat eine einfache geometrische Bedeutung. Sie stellt, da den Definitionsgleichungen 12 gemäß

$$L^2 + \mathrm{M}^2 = 1 - 2\frac{R}{\rho}\cos\varepsilon + \left(\frac{R}{\rho}\right)^2 = \left(\frac{r}{\rho}\right)^2$$

ist, die baryzentrische Distanz der Sterne, sie sei mit r bezeichnet in Einheiten ihrer geozentrischen Distanz ρ ausgedrückt vor. Die weitere Rechnung wurde auch nicht mit der Größe L durchgeführt, sondern stets mit

$$L' = L : \sqrt{L^2 + \mathrm{M}^2} = \frac{R}{r}\sin\varepsilon \qquad \mathrm{M}' = \mathrm{M} : \sqrt{L^2 + \mathrm{M}^2}$$

und zwar aus dem Grunde, da damit wegen

$$L'^2 + \mathrm{M}'^2 = 1$$

die Zahl der in die Größe F eingehenden Konstanten sich auf zwei reduziert, L' und φ, die zusammen mit den zweien in die Größe τ einzubeziehenden, nämlich w und ϑ_1 — die Zahl der Konstanten in Übereinstimmung bringen mit jener, die nach der Schwarzschild'schen Hypothese zur Darstellung der Beobachtungen notwendig ist, während nach der Zweischwarmhypothese eine Konstante mehr benötigt wird.

Aus L' und φ folgen schließlich die Koordinaten des Baryzentrums nun auch in Einheiten der baryzentrischen Sterndistanz r ausgedrückt, durch die Beziehungen

$$\begin{aligned} L' \sin\varphi &= -X \sin\alpha + Y \cos\alpha \\ L' \cos\varphi &= -X \cos\alpha \sin\delta - Y \sin\alpha \sin\delta + Z \cos\delta \end{aligned} \tag{15}$$

oder nach Substitution von

$$X = \frac{R}{r} \cos A_2 \cos D_2 \qquad Y = \frac{R}{r} \sin A_2 \cos D_2 \qquad Z = \frac{R}{r} \sin D_2$$

$$L' \sin \varphi = \frac{R}{r} \cos D_2 \sin (A_2 - \alpha)$$

$$L' \cos \varphi = \frac{R}{r} [- \cos D_2 \cos (A_2 - \alpha) \sin \delta + \sin D_2 \cos \delta] \qquad 15a)$$

wenn A_2 und D_2 die heliozentrischen Richtungen nach dem Baryzentrum — nach der einen oder die baryzentrischen nach der Sonne nach der anderen Auffassung der Verteilungsgleichung bedeuten, eine Zweideutigkeit, die sich darin äußert, daß der Winkel φ aus seinem zweifachen Wert 2φ zufolge der Beziehungen $u = L' \cos 2\varphi$ und $v = L' \sin 2\varphi$ zu berechnen ist, und damit der Quadrant, in dem er liegt, unentschieden bleibt.

II. Die Beobachtungsdaten.

5. Das Beobachtungsmaterial, auf das sich die nachfolgenden Rechnungen stützen, ist dasselbe, das Eddington in seiner zweiten Abhandlung: »The systematic motions of the Stars« in den Monthl. Not. of the Astronomical Royal Society, 71, 1911, p. 4 bis 42, verwertet. Seine Grundlage bilden die Eigenbewegungen, die sich in dem großen, 6188 Einzelpositionen von Sternen umfassenden Katalog von Prof. Boss »The Preliminary-General-Catalogue« genannt, vorfinden, sie besitzen einen recht hohen Grad von Genauigkeit und sind, da die Sterne mit ziemlicher Gleichmäßigkeit über den ganzen Himmel verteilt erscheinen, gerade zu solchen systematischen Untersuchungen, wie sie hier angestrebt wurden, recht geeignet.

Eddington teilt den Himmel in 34 Einzelgebiete, von denen er stets je zwei einander diametral gegenüberliegende zu einem vereinigt, so daß im ganzen 17 Hauptgebiete oder Sektoren verbleiben. Das Gebiet I umfaßt die beiden Polkappen, die nördliche und die südliche von den Deklinationen $\pm 90°$ bis $\pm 70°$; die Gebiete II—VII umfassen den Gürtel zwischen den Deklinationen $\pm 36°$ bis $\pm 70°$ und zwar in 6 Teilen, die einzeln über je 4 Rektaszensionsstunden sich erstrecken. Endlich die Sektoren VIII—XVII enthalten die Zonen zwischen dem Äquator und $\pm 36°$ Deklination in 10 Teilen, die je 2·4 Rektaszensionsstunden zählen.

Von den 6188 Sternen des Kataloges wurden nur 5322 benutzt.

Nichtberücksichtigt wurden:

1. Die Sterne gleicher Eigenbewegung in den Sternfamilien, der Plejaden, Hyaden und der großen Bären. Sie sind in der folgenden Tafel durch eingeklammerte Zahlen angedeutet.

2. Die schwächeren Begleiter aller Doppelsterne, die die gleiche Eigenbewegung zeigen wie die Hauptsterne.

3. Alle Sterne vom Spektraltypus *B*, die wie Eddington behauptet, in ihren Eigenbewegungen mehr die Spuren eines zusammengehörigen Sternhaufens nach Art der Sternfamilien verraten, als daß sie dem einen oder dem anderen Schwarm zugezählt werden könnten.

Die 5322 Sterne verteilen sich auf die angenommenen 17 Doppelgebiete mit einer Maximalzahl von 448 Sternen im Sektor VII ($\alpha = 20^h$ $\delta = +50°$ und $\alpha = 8^h$ $\delta = -50°$) und einem Minimum von 237 in XIII ($\alpha = 13^h\,12^m$ $\delta = +17$ und $\alpha = 1^h\,12^m$ $\delta = -17°$). In jedem Gebiete wurden die Sterne nach Berechnung des Positionswinkels ihrer Eigenbewegung in Gruppen von je 10 zu 10°, beginnend mit 5° vereinigt und ihre Zahl in jeder Gruppe bestimmt. Es bedeutet somit in der nachstehenden Tafel die Zahl N bei einem Positionswinkel ϑ, daß in dem betrachteten Flächenteile N Sterne vorhanden sind, die eine Eigenbewegung in der Richtung der Positionswinkel $\vartheta - 5°$ bis $\vartheta + 5°$

besitzen. Die Berechnung der Positionswinkel erfolgte nach den Formeln

$$s \cos \theta = \cos \delta \Delta \alpha \qquad s \sin \theta = -\Delta \delta$$

die mit deren gebräuchlichen Bestimmungsart

$$s \sin \vartheta = \cos \delta \Delta \alpha \qquad s \cos \vartheta = \Delta \delta$$

nicht ganz in Einklang steht und erst durch die Beziehung

$$\vartheta = \theta + 90°$$

mit ihr in Übereinstimmung gebracht wird. Dieser Berechnungsart wurde in der folgenden Tafel dadurch Ausdruck gegeben, daß die nach Eddington bei $\Theta = 275°$.. angesetzten Sternzahlen als zu $\vartheta = 5°$.. gehörig angenommen wurden.

Die einzelnen Kolonnen der Tafel haben danach folgende Bedeutung. Die erste Kolonne gibt die Positionswinkel ϑ fortschreitend von je 10 zu 10° und mit 5° beginnend. Die zweite und die dritte Kolonne gibt die zugehörigen Sternzahlen, und zwar die zweite für das nördliche und die dritte für das diametral gegenüberliegende südliche Gebiet. In der vierten Kolonne ist die Summe beider Zahlen angesetzt, jedoch nach statistischen Grundsätzen, um sie möglichst von zufälligen Unstetigkeiten zu befreien, geglättet zweimal nacheinander nach dem Prinzip des arithmetischen Mittels der Hauptzahl und ihrer beiden Nachbarwerte. Die fünfte Kolonne, bezeichnet mit $(B-R)_1$, enthält die Differenzen zwischen den Zahlen der vierten, sie als Beobachtungsergebnisse betrachtet und den auf Grundlage des Maxwell'schen Verteilungsgesetzes allein berechneten; so also, als ob nur die Verteilungsformel $N = Cf(\tau)$ gelten würde. Die beiden folgenden Kolonnen mti den Überschriften $(B-R)_2$ und $(B-R)_3$ enthalten die Differenzen zwischen denselben Beobachtungszahlen gegen die Rechnungsresultate nach den beiden neuen Verteilungsgleichungen

$$N = Cf(\tau).F \quad \text{und} \quad N = Cf(\tau):F$$

und endlich die achte Kolonne die analogen Differenzen gegen die Eddington'schen Rechnungen nach der Zweischwarmhypothese. Sie sind der Eddington'schen Abhandlung entnommen. Am Schlusse jeder Zahlenkolonne eines Gebietes sind neben den Summen der Sternzahlen noch die Durchschnittsfehler der entsprechenden Darstellungen $(B-R)$ in Prozenten angegeben, das heißt: die mit 100 multiplizierte Summe der absoluten Werte der in den Kolonnen $(B-R)$ stehenden Zahlen dividiert durch die Anzahl der Sterne, die in dem betreffenden Gebiete enthalten sind.

Tabelle 1.

Sternzahlen und ihre Darstellung.

Gebiet I: Polkalotte.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)_{Edd.}$
5°	1	0	2·8	− 4·6	+ 0·4	− 1·7	0
15	1	1	2·7	− 5·4	− 2·0	− 2·5	− 1
25	2	1	3·5	− 5·6	− 3·9	− 2·8	− 1
35	2	3	5·5	− 4·6	− 5·0	− 2·3	− 2
45	1	2	9·4	− 1·9	− 4·3	− 0·5	− 1
55	10	5	15·6	+ 3·0	− 1·6	+ 2·3	0
65	17	9	23·3	+ 9·3	+ 2·8	+ 4·8	− 1
75	14	11	30·7	+ 15·4	+ 7·4	+ 5·1	+ 1
85	27	23	35·0	+ 18·6	+ 9·7	+ 4·7	0
95	30	12	34·3	+ 17·0	+ 8·1	+ 5·2	0
105	12	12	29·2	+ 11·3	+ 3·5	+ 5·4	− 1
115	11	16	21·8	+ 3·6	− 2·0	+ 2·7	− 4
125	4	3	15·2	− 2·7	− 5·4	− 0·5	0
135	4	6	10·3	− 7·1	− 6·3	− 3·0	− 2
145	4	3	7·5	− 8·9	− 4·4	− 3·7	+ 1
155	1	3	6·1	− 9·2	− 1·2	− 3·7	+ 1
165	3	3	5·7	− 8·3	+ 2·7	− 2·9	0
175	1	3	5·9	− 6·7	+ 5·3	− 1·7	+ 2
185	7	2	6·1	− 5·1	+ 2·5	− 0·8	+ 1
195	5	0	6·4	− 3·7	+ 0·6	0	+ 2
205	6	2	6·3	− 2·7	− 1·1	+ 0·1	− 1
215	3	1	6·4	− 1·7	− 2·0	+ 0·2	0
225	4	3	6·6	− 0·8	− 2·4	+ 0·1	− 1
235	4	5	6·9	+ 0·1	− 2·3	− 0·2	− 1
245	2	2	7·1	+ 1·0	− 1·9	− 1·0	0
255	7	3	7·2	+ 1·6	− 1·4	− 2·3	− 1
265	5	1	7·5	+ 2·0	− 0·9	− 2·6	0
275	7	1	7·5	+ 2·3	− 0·4	− 1·3	0
285	4	3	7·5	+ 2·4	+ 0·2	+ 0·6	+ 2
295	4	6	6·7	+ 1·6	+ 0·1	+ 1·3	+ 1
305	4	1	5·6	+ 0·5	− 0·3	+ 1·1	0
315	0	2	4·4	− 0·9	− 0·4	+ 0·4	− 1
325	2	1	3·9	− 1·6	− 0·1	+ 0·1	0
335	3	3	3·7	− 2·0	+ 1·0	+ 0·1	0
345	1	1	3·6	− 2·6	+ 2·3	− 0·1	+ 1
355	4	1	3·1	− 3·6	+ 2·7	− 0·6	0
	217	154	371·0	± 48·3	± 26·5	± 18·4	± 8·3

Gebiet II nördlich: $\alpha = 0^h$ $\delta = +50°$, südlich: $\alpha = 12^h$ $\delta = -50°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)_{Edd.}$
5°	3	0	2·0	− 1·0	+ 0·2	+ 0·1	+ 2
15	0	2	2·3	− 1·1	− 0·5	0	0
25	1	2	2·6	− 1·5	− 1·6	− 0·3	− 6
35	1	1	3·2	− 1·7	− 2·8	− 0·9	+ 1
45	1	1	5·0	− 1·0	− 3·3	− 1·1	0
55	6	2	8·7	+ 1·2	− 2·4	+ 1·1	+ 2
65	6	4	15·0	+ 5·6	+ 0·4	− 0·9	0
75	11	9	22·7	+ 11·0	+ 4·1	− 2·6	+ 1
85	21	16	29·7	+ 15·2	+ 6·9	− 0·7	0
95	30	17	32·5	+ 14·8	+ 6·0	+ 4·0	− 1
105	13	11	31·4	+ 10·5	+ 2·5	+ 5·9	− 2
115	15	17	27·0	+ 3·3	− 2·2	+ 3·8	0
125	8	9	22·7	− 3·0	− 4·2	+ 1·4	0
135	10	14	18·0	− 8·4	− 6·8	− 1·3	+ 2
145	5	4	14·4	− 11·3	− 1·6	− 2·8	+ 3
155	4	7	11·3	− 12·6	+ 1·6	− 3·9	+ 1
165	4	4	9·5	− 11·6	+ 3·3	− 3·6	− 1
175	4	6	8·3	− 9·7	+ 1·3	− 2·8	− 2
185	3	3	8·0	− 6·8	− 0·9	− 1·4	− 1
195	4	2	8·3	− 3·7	− 1·6	+ 0·2	− 1
205	7	4	9·1	− 0·4	− 0·8	+ 2·0	− 1
215	4	7	10·0	+ 2·3	+ 0·7	+ 3·5	+ 1
225	6	2	10·3	+ 4·2	+ 1·9	+ 4·1	+ 2
235	9	6	9·4	+ 4·4	+ 2·0	+ 3·1	+ 1
245	5	4	7·4	+ 3·3	+ 1·0	+ 0·5	0
255	0	0	5·0	+ 1·6	− 0·5	− 2·8	0
265	2	1	3·1	+ 0·1	− 1·6	− 3·1	+ 1
275	2	1	2·1	− 0·5	− 1·8	− 2·1	+ 1
285	0	1	1·7	− 0·7	− 1·6	− 1·2	+ 1
295	0	0	1·9	− 0·3	− 0·9	− 0·3	0
305	1	2	2·2	+ 0·1	− 0·1	+ 0·4	− 1
315	3	1	2·4	+ 0·3	+ 0·4	+ 0·9	− 2
325	2	1	2·1	0	+ 0·8	+ 0·7	− 3
335	0	0	1·7	− 0·6	+ 0·8	− 0·3	− 2
345	1	0	1·4	− 1·0	+ 0·7	− 0·1	0
355	0	1	1·6	− 1·0	+ 0·6	0	+ 5
	192	162	354·0	± 43·9	± 19·8	± 18·0	± 13·2

Gebiet III: nördlich: $\alpha = 4^h$ $\delta = +50°$, südlich: $\alpha = 16^h$ $\delta = -50°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)$Edd.
5°	3	1	3·0	+ 0·7	+ 0·9	+ 1·1	+ 1
15	2	0	3·0	+ 0·6	+ 1·0	+ 1·1	+ 1
25	4	0	2·7	0	+ 0·7	+ 0·7	0
35	0	1	2·4	− 0·6	+ 0·3	+ 0·3	0
45	2	1	2·1	− 1·3	− 0·3	− 0·3	0
55	1	1	2·2	− 2·0	− 0·8	− 0·7	− 1
65	0	0	2·7	− 2·3	− 1·3	− 0·9	− 1
75	3	2	3·6	− 2·5	− 1·7	− 0·9	0
85	4	1	5·3	− 2·1	− 1·9	− 0·8	+ 1
95	2	3	8·0	− 1·2	− 1·7	− 0·4	0
105	4	4	11·9	+ 0·7	− 0·8	+ 0·4	+ 3
115	16	7	16·6	+ 3·0	+ 0·4	+ 0·6	+ 3
125	10	8	21·6	+ 5·6	+ 2·1	+ 0·5	+ 2
135	14	10	26·3	+ 8·0	+ 3·9	+ 0·6	0
145	23	15	29·4	+ 9·3	+ 5·7	+ 1·7	0
155	13	20	29·4	+ 8·2	+ 4·8	+ 3·1	+ 2
165	17	14	25·6	+ 4·3	+ 2·3	+ 2·4	− 1
175	6	10	20·1	− 0·3	− 0·8	+ 0·6	− 2
185	5	6	14·8	− 3·9	− 2·4	− 1·2	− 3
195	5	5	11·1	− 5·3	− 2·5	− 1·7	0
205	7	5	8·3	− 5·6	− 2·1	− 2·0	+ 1
215	1	3	6·1	− 5·5	− 2·0	− 2·1	− 1
225	1	0	4·5	− 5·1	− 2·1	− 2·2	− 2
235	3	2	3·9	− 3·9	− 1·7	− 1·6	− 2
245	2	1	4·1	− 2·1	− 0·8	− 0·4	− 1
255	0	4	4·9	− 0·2	+ 0·4	+ 1·0	+ 1
265	4	4	5·4	+ 1·2	+ 1·3	+ 2·0	+ 1
275	4	1	5·5	+ 1·9	+ 1·7	+ 2·2	+ 3
285	5	2	4·7	+ 1·6	+ 1·2	+ 1·6	+ 1
295	1	1	3·6	+ 0·9	+ 0·4	+ 0·4	0
305	2	0	2·4	0	− 0·6	− 0·8	− 1
315	0	2	0·6	− 0·7	− 1·2	− 1·6	− 2
325	0	0	1·2	− 0·9	− 1·4	− 1·7	− 2
335	1	0	1·4	− 0·7	− 1·1	− 1·2	0
345	1	0	2·0	− 0·1	− 0·3	− 0·3	+ 1
355	3	1	2·6	+ 0·5	+ 0·4	+ 0·6	+ 1
	169	135	304·0	± 30·5	± 18·0	± 13·7	± 13·8

Gebiet IV: nördlich: $\alpha = 8^h$ $\delta = +50°$; südlich: $\alpha = 20^h$ $\delta = -50°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)$Edd.
5°	2	0	3·3	+ 0·1	− 0·3	− 0·2	0
15	3	0	3·0	− 0·1	− 0·7	− 0·7	0
25	1	2	3·1	− 0·1	− 0·7	− 1·0	0
35	2	1	3·4	+ 0·3	− 0·5	− 0·9	0
45	2	2	3·9	+ 0·6	− 0·1	− 0·4	0
55	4	0	4·3	+ 0·8	+ 0·2	+ 0·2	+ 1
65	4	3	4·5	+ 0·6	+ 0·2	+ 0·5	0
75	1	1	4·6	+ 0·4	+ 0·3	+ 0·6	0
85	2	3	4·7	− 0·1	+ 0·3	+ 0·6	− 1
95	5	1	4·8	− 0·6	+ 0·3	+ 0·5	0
105	2	2	5·0	− 1·1	+ 0·3	+ 0·3	0
115	3	3	5·1	− 2·0	+ 0·1	− 0·2	− 1
125	2	1	5·6	− 2·7	− 0·1	− 0·5	0
135	7	2	6·2	− 3·3	− 0·6	− 1·0	− 2
145	2	2	7·5	− 3·5	− 1·1	− 1·0	0
155	3	7	9·2	− 3·3	− 1·6	− 1·1	− 1
165	8	3	12·0	− 1·9	− 1·4	− 0·5	0
175	8	5	15·4	+ 0·3	− 0·5	+ 0·4	0
185	15	5	19·2	+ 3·0	+ 0·9	+ 1·3	+ 2
195	19	9	21·6	+ 5·0	+ 1·9	+ 1·3	+ 2
205	12	10	22·5	+ 5·9	+ 2·3	+ 0·6	0
215	11	10	21·7	+ 5·7	+ 2·0	+ 0·2	− 2
225	11	11	19·8	+ 4·7	+ 1·6	+ 0·6	0
235	7	13	16·7	+ 3·0	+ 0·7	+ 0·8	+ 1
245	4	7	13·1	+ 0·8	− 0·6	+ 0·3	0
255	2	5	9·6	− 1·2	− 1·5	− 0·5	− 1
265	6	2	7·0	− 2·4	− 1·8	− 1·1	− 1
275	0	3	5·5	− 2·6	− 1·3	− 1·0	0
285	4	1	4·8	− 2·2	− 0·5	− 0·6	0
295	3	1	4·5	− 1·6	+ 0·3	0	+ 1
305	3	3	4·1	− 1·2	+ 0·5	+ 0·2	+ 1
315	1	2	3·7	− 0·9	+ 0·4	+ 0·3	+ 1
325	2	0	3·5	− 0·7	+ 0·2	+ 0·3	0
335	2	1	3·6	− 0·2	+ 0·3	+ 0·5	+ 1
345	4	2	3·8	+ 0·3	+ 0·4	+ 0·7	+ 1
355	2	2	3·7	+ 0·3	+ 0·2	+ 0·4	+ 1
	169	125	294·0	± 21·7	± 9·1	± 7·3	± 7·1

Gebiet V: nördlich: $\alpha = 12^h$ $\delta = +50°$; südlich: $\alpha = 0^h$ $\delta = -50°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)$Edd.
5°	3	2	2·6	— 0·9	+ 1·0	+ 0·4	0
15	0	1	2·7	— 0·6	+ 1·1	+ 0·7	+ 1
25	1	2	2·6	— 0·5	+ 0·7	+ 0·6	0
35	0	3	2·4	— 0·5	+ 0·1	+ 0·3	0
45	2	1	2·1	— 0·8	— 0·7	— 0·3	— 1
55	0	0	2·0	— 0·9	— 1·2	— 0·7	— 2
65	0	1	2·6	— 0·4	— 1·1	— 0·9	— 2
75	3	1	3·8	+ 0·7	— 0·3	— 0·7	— 1
85	(10)	1	5·1	+ 1·8	+ 0·5	— 0·8	+ 1
95	2	6	5·7	+ 2·2	+ 0·6	— 0·8	+ 1
105	3	3	5·7	+ 1·8	+ 0·2	— 0·3	0
115	0	2	5·8	+ 1·4	— 0·1	+ 0·4	— 1
125	1	6	6·4	+ 1·4	+ 0·1	+ 1·5	— 1
135	6	3	7·0	+ 1·3	+ 0·5	+ 2·2	+ 1
145	4	4	6·9	+ 0·3	+ 0·3	+ 2·1	+ 1
155	4	4	5·9	— 1·9	— 0·4	+ 0·7	— 2
165	1	0	4·9	— 4·1	— 0·9	— 0·8	— 3
175	2	1	4·8	— 5·6	— 0·4	— 1·6	— 4
185	2	4	5·9	— 5·9	+ 0·7	— 1·4	— 1
195	4	5	7·7	— 5·5	+ 1·2	— 0·6	0
205	5	2	10·1	— 4·3	+ 1·0	+ 0·6	+ 2
215	5	8	12·7	— 2·6	+ 0·4	+ 1·7	+ 4
225	11	7	15·2	— 0·5	— 0·1	+ 2·4	+ 5
235	7	11	16·9	+ 1·3	— 0·8	+ 2·0	+ 2
245	9	7	18·2	+ 3·1	— 0·8	+ 0·7	— 1
255	12	9	19·1	+ 4·9	— 0·1	— 1·7	— 3
265	11	7	19·5	+ 6·6	+ 1·3	— 3·6	0
275	14	10	18·4	+ 7·0	+ 2·0	— 2·8	+ 2
285	9	10	15·6	+ 5·5	+ 1·3	— 0·3	+ 3
295	3	5	11·4	+ 2·7	— 0·4	+ 0·8	+ 1
305	1	4	7·7	+ 0·2	— 1·8	+ 0·3	0
315	4	1	5·2	— 1·3	— 2·1	— 0·2	0
325	0	4	3·8	— 1·8	— 1·7	— 0·4	0
335	1	0	3·2	— 1·7	— 0·8	— 0·1	+ 1
345	2	3	2·7	— 1·5	0	0	0
355	0	0	2·7	— 1·1	+ 0·8	+ 0·3	+ 1
	142 (— 6 Sterne Urs. Maj)	138	275·0	± 30·8	± 10·0	± 13·0	± 17·5

Gebiet VI: nördlich: $\alpha = 16^h$ $\delta = +50°$; südlich $\alpha = 4^h$ $\delta = -50°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)$Edd.
5°	3	7	9·4	+ 1·1	— 1·0	+ 0·3	+ 1
15	1	4	7·3	— 0·3	— 1·2	+ 0·3	— 1
25	3	1	5·8	— 1·0	— 0·8	+ 0·3	0
35	3	3	5·1	— 1·2	+ 0·1	+ 0·5	+ 1
45	3	2	4·7	— 1·1	+ 1·0	+ 0·7	+ 2
55	2	2	4·1	— 1·2	+ 1·6	+ 0·6	+ 1
65	1	3	3·4	— 1·6	+ 1·3	+ 0·2	+ 1
75	1	1	2·9	— 1·9	+ 0·5	— 0·3	0
85	1	0	2·7	— 1·9	— 0·2	— 0·4	— 1
95	2	2	3·0	— 1·5	— 0·7	— 0·3	0
105	2	2	3·4	— 1·0	— 1·0	— 0·1	— 1
115	1	1	4·0	— 0·4	— 1·1	— 0·1	— 1
125	4	2	5·0	+ 0·5	— 0·7	+ 0·1	— 2
135	2	2	6·6	+ 2·0	+ 0·3	+ 0·4	0
145	7	3	8·1	+ 3·3	+ 1·3	+ 0·3	+ 1
155	10	2	9·0	+ 3·9	+ 1·7	— 0·1	+ 1
165	4	5	8·9	+ 3·4	+ 1·1	— 0·1	0
175	2	6	8·2	+ 2·2	+ 0·1	+ 0·1	— 2
185	2	4	7·6	+ 1·0	— 0·7	+ 0·3	— 3
195	6	0	7·3	+ 0·1	— 0·9	+ 0·6	0
205	5	7	6·8	— 1·2	— 1·0	+ 0·3	0
215	1	3	6·0	— 2·8	— 1·0	— 0·4	— 1
225	1	1	5·5	— 4·1	— 0·5	— 1·1	— 2
235	6	1	5·9	— 4·7	+ 0·9	— 1·0	— 2
245	1	4	7·3	— 4·2	+ 2·4	— 0·1	+ 1
255	6	6	8·7	— 3·6	+ 2·6	+ 0·7	+ 1
265	3	6	10·0	— 3·0	+ 1·6	+ 1·2	+ 1
275	3	7	11·2	— 2·2	+ 0·2	+ 1·5	— 1
285	3	10	12·5	— 1·0	— 0·9	+ 1·8	— 2
295	7	6	14·1	+ 0·9	— 1·1	+ 2·0	— 1
305	11	8	15·4	+ 2·4	— 1·1	+ 1·4	— 3
315	8	4	16·4	+ 3·8	— 0·8	— 0·2	0
325	8	15	16·3	+ 4·4	— 0·6	— 2·7	1
335	7	7	15·6	+ 4·6	— 0·3	— 3·8	+ 1
345	8	5	13·9	+ 3·8	— 0·5	— 2·6	+ 1
355	4	10	11·9	+ 2·7	— 0·6	— 0·5	+ 2
	142	152	294·0	± 27·2	± 11·3	± 9·3	± 13·2

Gebiet VII: nördlich: $\alpha = 20^h$ $\delta = +50°$; südlich: $\alpha = 8^h$ $\delta = -50°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)$Edd.
5°	8	4	13·3	+ 4·6	+ 0·7	+ 0·5	+ 2
15	8	10	16·6	+ 6·4	+ 1·3	— 2·3	0
25	9	10	20·0	+ 8·2	+ 1·8	— 4·2	— 1
35	14	7	23·0	+ 8·9	+ 1·5	— 2·1	0
45	14	19	24·6	+ 7·9	+ 0.1	+ 1·3	— 1
55	16	9	24·5	+ 5·2	— 1·7	+ 3·1	— 1
65	8	13	22·9	+ 0·9	— 3·9	+ 2·5	— 4
75	12	8	21·0	— 3·4	— 4·6	+ 1·4	— 2
85	10	11	19·4	— 6·9	— 3·1	+ 0·3	0
95	5	12	18·2	— 8·8	+ 0·1	— 0·4	+ 2
105	8	9	16·9	— 10·1	+ 3·4	— 1·0	+ 2
115	7	10	15·6	— 11·0	+ 4·6	— 1·6	+ 1
125	5	7	14·9	— 9·9	+ 2·9	— 1·4	0
135	5	8	15·3	— 7·1	+ 0·8	— 0·1	— 2
145	7	9	16·6	— 3·1	0	+ 2·0	0
155	9	13	17·7	+ 0·6	0	+ 3·6	+ 2
165	10	10	17·5	+ 3·0	0	+ 3·5	+ 1
175	9	5	15·9	+ 3·6	— 0·6	+ 1·6	— 1
185	10	4	13·7	+ 3·4	— 1·3	— 1·6	— 2
195	10	3	11·9	+ 3·1	— 1·5	— 4·6	— 3
205	2	4	10·7	+ 3·2	— 0·9	— 4·8	— 1
215	5	6	10·0	+ 3·4	0	— 1·6	+ 1
225	8	6	9·0	+ 3·3	+ 0·7	+ 1·0	+ 2
235	2	3	7·4	+ 2·3	+ 0·4	+ 1·7	+ 2
245	3	1	5·7	+ 1·0	— 0·1	+ 1·3	0
255	3	3	4·1	— 0·3	— 0·5	+ 0·6	0
265	1	0	3·2	— 1·0	— 0·4	+ 0·1	0
275	0	3	2·6	— 1·5	— 0·1	— 0·1	— 1
285	1	1	2·4	— 1·7	+ 0·4	— 0·2	0
295	2	1	2·4	— 1·8	+ 0·7	— 0·3	— 1
305	0	1	2·7	— 1.6	+ 0·6	— 0·4	0
315	1	3	3·1	— 1·6	+ 0·7	— 0·1	0
325	2	2	3·8	— 1·3	— 0·4	+ 0·1	0
335	1	3	4·9	— 0·8	— 1·0	+ 0·2	— 1
345	2	1	6·9	+ 0·6	— 0·7	+ 0·9	0
355	10	2	9·6	+ 2·4	— 1·0	+ 1·3	0
	227	221	448·0	± 32·1	± 9·3	± 11·9	± 8·0

Gebiet VIII: nördlich: $\alpha = 1^h\ 12^m$ $\delta = +17°$; südlich: $\alpha = 13^h\ 12^m$ $\delta = -17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)$Edd.
5°	2	0	2·4	+ 0·1	+ 1·3	+ 0·9	+ 1
15	0	2	2·8	+ 0·1	+ 1·1	+ 1·0	+ 1
25	2	2	3·1	+ 0·1	+ 0·6	+ 1·0	+ 2
35	1	3	3·3	— 0·4	— 0·5	+ 0·5	+ 2
45	2	1	3·3	— 1·1	— 2·0	— 0·5	0
55	2	1	3·9	— 1·5	— 3·4	— 1·3	— 2
65	0	1	6·5	— 0·2	— 3·2	— 1·3	— 4
75	3	5	11·6	+ 3·2	— 1·2	— 1·3	— 2
85	10	10	17·9	+ 7·4	+ 1·8	— 0·4	+ 2
95	10	20	23·1	+ 10·9	+ 3·4	0	+ 3
105	11	17	25·5	+ 9·9	+ 2·8	— 0·3	+ 1
115	13	13	25·1	+ 6·9	+ 0·5	+ 0·6	— 2
125	11	11	23·0	+ 2·3	— 2·0	+ 1·3	0
135	8	15	19·8	— 2·4	— 3·2	+ 0·9	+ 1
145	8	9	16·1	— 6·6	— 2·9	— 0·4	+ 1
155	4	4	12·7	— 9·3	— 1·5	— 2·1	0
165	5	5	10·2	— 10·2	+ 0·6	— 3·5	— 1
175	7	2	9·0	— 9·1	+ 1·9	— 3·8	0
185	3	4	8·5	— 6·8	+ 1·3	— 3·0	— 1
195	5	4	8·5	— 4·2	+ 0·4	— 1·6	— 1
205	6	3	8·6	— 1·6	0	0	— 1
215	5	3	8·9	+ 0·7	+ 0·4	+ 1·4	— 1
225	7	2	9·3	+ 2·7	+ 1·4	+ 2·7	0
235	5	5	9·4	+ 4·1	+ 2·3	+ 3·8	+ 3
245	8	5	8·5	+ 4·2	+ 2·3	+ 4·3	+ 2
255	2	3	6·8	+ 3·2	+ 1·4	+ 3·6	+ 2
265	2	2	4·6	+ 1·6	0	+ 1·7	— 1
275	0	2	3·0	+ 0·4	— 0·9	— 0·5	— 1
285	0	1	2·1	— 0·2	— 1·3	— 1·7	— 1
295	3	0	1·6	— 0·5	— 1·2	— 1·6	— 1
305	1	0	1·3	— 0·7	— 1·7	— 1·1	— 1
315	0	0	1·1	— 0·8	— 0·9	— 0·9	— 1
325	1	0	1·2	— 0·7	— 0·4	— 0·6	0
335	1	1	1·4	— 0·5	+ 0·1	+ 0·4	0
345	0	1	1·8	— 0·2	+ 0·8	+ 0·4	+ 1
355	1	2	2·1	0	+ 1·2	+ 0·7	+ 1
	149	159	308·0	± 37·2	± 16·6	± 16·0	± 14·3

Gebiet IX: nördlich: $\alpha = 3^h 36^m$ $\delta = +17°$; südlich; $\alpha = 15^h 36^m$ $\delta = -17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)$Edd.
5°	0	0	0·2	− 0·5	+ 0·1	− 0·2	− 1
15	0	0	0·2	− 0·6	0	− 0·3	− 1
25	0	0	0·4	− 0·4	− 0·1	− 0·1	0
35	1	0	0·6	− 0·3	− 0·2	0	0
45	0	1	1·0	− 0·1	− 0·4	+ 0·2	0
55	1	0	1·4	0	− 0·6	+ 0·4	− 1
65	0	1	2·1	+ 0·4	− 0·8	+ 0·7	0
75	1	3	3·7	+ 1·4	− 0·6	+ 1·2	− 1
85	(6)	2	6·4	+ 3·2	+ 0·1	+ 1·8	− 1
95	(13)	3	10·7	+ 6·3	+ 1·9	+ 1·1	− 1
105	(27)	12	15·9	+ 9·6	+ 3·7	− 2·9	− 3
115	(11)	10	21·1	+ 12·2	+ 4·4	− 3·7	0
125	16	17	24·6	+ 12·2	+ 2·9	+ 1·0	− 1
135	16	11	25·8	+ 9·3	− 0·3	+ 4·6	+ 1
145	16	9	24·4	+ 3·2	− 4·1	+ 3·3	0
155	12	11	21·4	− 3·8	− 5·6	+ 0·8	+ 2
165	8	10	17·7	− 10·1	− 3·6	− 2·2	+ 1
175	6	6	14·3	− 13·7	+ 2·2	− 4·0	0
185	6	4	11·7	− 14·1	+ 4·5	− 4·2	− 2
195	8	2	10·1	− 11·8	+ 4·5	− 3·0	− 1
205	4	6	9·1	− 8·3	− 1·3	− 1·4	− 1
215	2	6	8·4	− 4·6	− 3·5	+ 0·2	− 2
225	3	3	7·9	− 1·4	− 3·4	+ 1·7	− 1
235	3	5	7·4	+ 0·8	− 2·3	+ 2·5	+ 1
245	5	7	6·4	+ 1·7	− 1·5	+ 2·3	+ 1
255	0	0	5·1	+ 1·8	− 1·0	+ 1·6	0
265	1	1	4·1	+ 1·6	− 0·7	+ 0·6	0
275	3	5	3·3	+ 1·5	− 0·3	− 0·7	+ 1
285	1	0	2·7	+ 1·3	− 0·1	− 1·7	+ 1
295	0	1	2·0	+ 0·9	− 0·2	− 1·2	− 1
305	0	0	1·8	+ 0·8	+ 0·1	0	+ 1
315	1	4	1·6	+ 0·8	+ 0·3	+ 0·4	+ 1
325	0	0	1·5	+ 0·7	+ 0·5	+ 0·8	+ 1
335	1	0	1·0	+ 0·3	+ 0·3	+ 0·5	0
345	1	0	0·7	0	+ 0·1	+ 0·2	0
355	0	0	0·3	− 0·3	0	− 0·1	0
	173	140	277·0	± 50·5	± 20·2	± 18·6	± 10·5

Gebiet X: nördlich: $\alpha = 6^h$ $\delta = +17°$; südlich: $\alpha = 18^h$ $\delta = -17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)$Edd.
5°	1	0	1·1	− 0·3	− 0·1	− 0·1	− 1
15	0	1	1·2	− 0·3	− 0·1	− 0·1	0
25	2	0	1·1	− 0·4	− 0·2	− 0·1	0
35	1	0	1·1	− 0·6	− 0·3	− 0·3	0
45	0	0	1·3	− 0·5	− 0·4	− 0·3	− 1
55	1	0	2·1	0	− 0·1	+ 0·1	0
65	1	3	3·2	+ 0·7	+ 0·5	+ 0·7	+ 1
75	3	2	4·2	+ 1·1	+ 0·7	+ 0·9	+ 2
85	3	2	4·9	+ 1·1	+ 0·3	+ 0·3	+ 1
95	4	2	5·2	+ 0·3	− 0·8	− 1·2	− 1
105	1	2	6·1	− 0·1	− 1·7	− 2·6	− 2
115	3	5	8·3	− 0·1	− 2·2	− 3·6	− 4
125	2	6	12·2	+ 1·1	− 1·4	− 2·7	− 3
135	8	9	17·8	+ 3·3	+ 0·7	− 0·1	− 1
145	12	15	23·7	+ 5·2	+ 3·0	+ 2·9	+ 1
155	16	11	28·7	+ 5·9	+ 4·8	+ 5·3	+ 7
165	23	20	30·3	+ 3·6	+ 4·4	+ 5·1	+ 4
175	11	16	29·3	− 0·4	+ 2·5	+ 2·9	+ 4
185	13	14	25·5	− 5·2	− 1·1	− 0:7	− 3
195	13	5	22·1	− 7·7	− 2·7	− 3·3	− 3
205	10	9	19·6	− 7·4	− 3·1	− 2·9	− 4
215	9	7	18·5	− 4·6	− 1·8	− 1·0	+ 1
225	7	16	17·0	− 1·7	− 0·6	+ 0·5	+ 3
235	9	7	14·8	+ 0·1	− 0·1	+ 1·1	+ 3
245	3	4	12·1	+ 0·8	− 0·1	+ 0·8	+ 1
255	6	5	9·7	+ 1·1	− 0·1	+ 0·3	+ 1
265	1	7	7·9	+ 1·4	− 0·1	+ 0·1	+ 2
275	2	4	6·4	+ 1·4	+ 0·1	− 0·1	+ 1
285	3	2	5·1	+ 1·2	+ 0·3	− 0·3	+ 1
295	1	3	3·9	+ 0·7	+ 0·2	− 0·5	0
305	1	0	3·0	+ 0·4	0	− 0·4	+ 1
315	1	3	2·3	+ 0·2	− 0·1	− 0·3	0
325	1	0	2·0	+ 0·1	− 0·1	− 0·1	0
335	0	1	1·7	0	− 0·1	0	0
345	2	1	1·4	− 0·1	− 0·1	0	0
355	0	0	1·2	− 0·3	− 0·1	− 0·1	0
	174	182	356·0	± 16·7	± 9·9	± 11·5	± 15·6

Gebiet XI: nördlich: $\alpha = 8^h\ 24^m$ $\delta = +17°$; südlich: $\alpha = 20^h\ 24^m$ $\delta = -17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)_{Edd.}$
5°	0	0	1·0	− 0·9	− 0·4	− 0·4	− 1
15	0	0	1·0	− 0·8	− 0·5	− 0·4	− 1
25	0	1	1·3	− 0·3	− 0·2	− 0·1	0
35	0	3	1·9	+ 0·2	+ 0·2	+ 0·4	0
45	1	1	2·4	+ 0·7	+ 0·5	+ 0·7	+ 1
55	1	2	2·6	+ 0·8	+ 0·5	+ 0·6	+ 1
65	1	1	2·7	+ 0·8	+ 0·4	+ 0·4	+ 1
75	4	1	2·7	+ 0·6	+ 0·1	− 0·2	0
85	0	0	2·9	+ 0·5	− 0·1	− 0·7	0
95	2	1	3·3	+ 0·4	− 0·3	− 0·9	0
105	3	4	3·9	+ 0·3	− 0·3	− 0·8	− 1
115	0	1	4·6	+ 0·2	− 0·3	− 0·5	− 1
125	3	3	5·7	+ 0·1	− 0·1	− 0·1	− 1
135	2	6	7·2	− 0·0	+ 0·4	+ 0·5	− 1
145	1	5	8·8	− 0·5	+ 0·8	+ 0·9	+ 1
155	7	8	10·6	− 1·6	+ 0·9	+ 0·8	0
165	6	5	12·7	− 2·9	+ 1·0	+ 0·6	− 1
175	7	2	15·9	− 3·7	+ 1·4	+ 1·0	− 1
185	9	13	20·3	− 3·3	+ 2·0	+ 2·3	+ 2
195	18	12	24·9	− 2·3	+ 2·0	+ 3.4	+ 4
205	16	11	28·3	− 1·4	+ 0·9	+ 3·7	+ 4
215	21	11	29·8	− 0·4	− 0·7	+ 2·9	+ 2
225	17	16	29·4	+ 0·4	− 2·3	+ 1·0	+ 1
235	14	14	27·6	+ 1·3	− 2·9	− 1·3	− 1
245	14	10	24·5	+ 2·1	− 2·6	− 3·4	− 3
255	6	14	21·2	+ 2·9	− 1·5	− 4·2	− 1
265	9	12	17·5	+ 3·0	− 0·5	− 3·7	0
275	3	9	13·9	+ 2·7	+ 0·2	− 2·2	+ 1
285	2	7	10·5	+ 1·9	+ 0·4	− 0·8	0
295	2	5	7·9	+ 1·2	+ 0·3	0	+ 1
305	3	4	5·7	+ 0·6	+ 0·4	+ 0·4	+ 1
315	1	2	4·1	0	+ 0·3	+ 0·3	0
325	2	0	2·8	− 0·5	0	0	− 1
335	0	1	2·2	− 0·6	0	0	− 1
345	1	2	1·8	− 0·6	0	+ 0·1	0
355	1	1	1·4	− 0·7	− 0·1	+ 0·2	0
	177	188	365·0	± 11·3	± 7·0	± 10·9	± 9·6

Gebiet XII: nördlich: $\alpha = 10^h\ 48^m$ $\delta = +17°$; südlich: $\alpha = 22^h\ 48^m$ $\delta = -17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)_{Edd.}$
5°	1	3	2·9	+ 0·6	+ 1·9	+ 1·4	+ 2
15	0	3	2·2	0	+ 1·8	+ 0·8	+ 1
25	0	0	1·3	− 0·7	+ 0·7	− 0·1	− 1
35	0	0	0·6	− 1·3	− 0·4	− 0·7	− 2
45	0	0	0·5	− 1·4	− 1·1	− 1·0	− 2
55	0	1	0·9	− 1·2	− 1·3	− 0·9	− 2
65	0	1	1·7	− 0·4	− 1·0	− 0·5	− 2
75	0	2	3·0	+ 0·7	+ 0·4	+ 0·1	− 2
85	1	3	4·8	+ 2·2	+ 0·7	+ 0·6	0
95	5	4	6·4	+ 3·4	+ 1·4	+ 0·4	+ 1
105	3	5	7·7	+ 4·2	+ 1·6	+ 0·6	+ 1
115	4	4	8·8	+ 4·5	+ 1·5	+ 1·8	− 1
125	6	2	9·8	+ 4·6	+ 1·2	+ 3·1	0
135	5	8	10·6	+ 4·1	+ 0·6	+ 3·8	+ 1
145	2	13	10·6	+ 2·3	− 0·7	+ 3·3	0
155	1	4	10·1	− 0·4	− 2·1	+ 2·0	− 1
165	7	3	9·5	− 3·6	− 2·7	+ 0·3	− 2
175	7	3	9·4	− 6·7	− 1·4	− 1·3	0
185	5	5	9·6	− 9.7	+ 1·8	− 2·9	0
195	4	4	10·4	− 12·1	+ 6·3	− 4·2	0
205	3	8	11·9	− 12·8	+ 5·8	− 4·5	− 1
215	5	9	14·7	− 11·2	+ 0·7	− 3·5	− 1
225	8	8	18·6	− 7·0	− 2·2	− 1·1	0
235	15	10	22·6	− 1·7	− 3·1	+ 1·6	0
245	16	13	25·4	+ 3·7	− 2·3	+ 3·1	+ 1
255	20	9	26·2	+ 7·6	− 1·0	+ 2·6	− 1
265	5	20	24·7	+ 9·3	+ 0·1	− 0·4	− 1
275	8	15	21·5	+ 9·0	+ 0·5	− 3·5	+ 1
285	7	13	17·1	+ 7·3	− 0·1	− 2·8	0
295	3	5	12·6	+ 4·7	− 0·8	− 0·3	+ 1
305	3	6	8·4	+ 2·2	− 1·9	+ 0·4	0
315	1	4	5·3	+ 0·3	− 2·3	+ 0·1	0
325	0	0	3·4	− 0·7	− 2·2	− 0·1	− 1
335	1	1	2·8	− 0·6	− 1·2	+ 0·1	0
345	1	3	2·9	0	+ 0·2	+ 0·8	+ 1
355	0	3	3·1	+ 0·6	+ 1·4	+ 1·4	+ 2
	147	195	342·0	± 41·7	± 16·4	± 16·4	± 9·3

Gebiet XIII: nördlich: $\alpha = 13^h\ 12^m$ $\delta = +17°$; südlich $\alpha = 1^h\ 12^m$ $\delta = -17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)Edd.$
5°	0	1	1·2	— 0·5	+ 0·4	0	0
15	0	1	1·4	— 0·1	+ 1·2	+ 0·4	+ 1
25	2	2	1·4	— 0·1	+ 1·1	+ 0·4	+ 1
35	0	0	1·1	— 0·3	+ 0·4	+ 0·1	0
45	0	0	0·7	— 0·7	— 0·4	— 0·3	— 1
55	0	0	0·6	— 0·8	— 0·8	— 0·5	— 1
65	0	1	0·9	— 0·6	— 1·0	— 0·5	— 1
75	1	1	1·3	— 0·3	— 1·0	— 0·3	0
85	0	1	2·1	+ 0·3	— 0·8	— 0·2	— 1
95	0	1	3·5	+ 1·4	0	+ 0·2	— 1
105	3	4	5·3	+ 2·9	+ 1·1	+ 0·5	+ 1
115	3	5	7·0	+ 4·2	+ 2·0	+ 1·0	+ 2
125	5	4	7·9	+ 4·3	+ 1·9	+ 1·7	+ 2
135	4	5	7·8	+ 3·4	+ 0·8	+ 1·8	0
145	5	2	7·1	+ 1·6	— 0·8	+ 1·1	— 2
155	2	2	6·9	— 0·1	— 1·8	+ 0·4	— 3
165	3	5	6·9	— 1·9	— 1·9	— 0·2	— 2
175	3	4	7·1	— 3·6	— 0·8	— 0·8	+ 1
185	4	6	7·1	— 5·8	+ 1·3	— 1·9	0
195	2	1	7·4	— 7·6	+ 5·1	— 2·7	0
205	8	0	8·4	— 8·3	+ 5·9	— 3·0	— 1
215	6	4	10·5	— 7·2	+ 2·4	— 1·6	+ 1
225	6	6	13·0	— 4·8	— 0·2	+ 0·1	+ 3
235	12	9	14·5	— 2·4	— 2·5	+ 1·3	0
245	2	9	15·5	+ 0·2	— 3·4	+ 2·1	0
255	12	8	15·6	+ 2·4	— 3·4	+ 2·1	— 6
265	5	4	16·1	+ 5·0	— 1·5	+ 2·1	— 2
275	9	14	15·3	+ 6·3	+ 0·2	+ 0·9	— 1
285	8	10	13·3	+ 6·1	+ 0·8	— 1·0	+ 1
295	3	2	9·9	+ 4·2	— 0·1	— 2·0	— 1
305	2	2	6·8	+ 2·3	— 0·9	— 1·1	— 1
315	4	3	4·6	+ 1·0	— 1·2	— 0·4	— 1
325	0	1	3·4	+ 0·4	— 0·8	+ 0·2	+ 1
335	2	2	2·5	0	— 0·6	+ 0·1	0
345	0	1	1·7	— 0·4	— 0·4	0	0
355	0	0	1·2	— 0·7	— 0·2	— 0·2	0
	116	121	237·0	± 38·9	± 20·7	± 13·9	± 16·9

Gebiet XIV: nördlich: $\alpha = 15^h\ 36^m$ $\delta = +17°$; südlich: $\alpha = 3^h\ 36^m$ $\delta = -17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)Edd.$
5°	2	3	2·5	— 0·4	— 0·2	+ 0·2	0
15	0	1	2·0	— 0·6	0	+ 0·1	0
25	0	0	1·6	— 0·9	0	— 0·1	— 1
35	1	2	1·4	— 1·1	+ 0·1	— 0·3	— 1
45	0	1	1·4	— 1·0	+ 0·1	— 0·3	0
55	0	0	1·6	— 0·8	+ 0·1	— 0·1	— 1
65	2	0	2·2	— 0·3	+ 0·3	+ 0·4	0
75	3	2	2·8	+ 0·1	+ 0·3	+ 0·6	+ 1
85	1	1	3·2	+ 0·4	+ 0·1	+ 0·6	+ 1
95	3	1	3·6	+ 0·5	— 0·3	+ 0·2	0
105	1	2	4·3	+ 0·9	— 0·4	— 0·2	0
115	3	1	5·6	+ 1·7	0	— 0·7	0
125	6	3	7·3	+ 2·8	+ 0·7	— 1·1	+ 1
135	6	3	8·9	+ 3·6	+ 1·1	— 0·7	+ 2
145	6	5	9·7	+ 3·5	+ 0·8	+ 0·3	+ 2
155	4	7	9·9	+ 2·5	— 0·1	+ 0·8	0
165	3	5	9·5	+ 0·8	— 1·3	+ 0·6	— 1
175	7	4	9·1	— 1·2	— 2·2	0	— 2
185	4	3	9·1	— 2·7	— 2·0	— 0·3	— 2
195	5	1	9·7	— 3·5	— 0·5	0	— 1
205	9	5	11·1	— 3·6	+ 1·7	+ 0·9	+ 2
215	8	7	11·9	— 3·5	+ 3·6	+ 1·4	+ 3
225	8	1	12·2	— 3·6	+ 3·6	+ 1·4	+ 3
235	8	6	12·0	— 3·6	+ 2·0	+ 1·0	+ 1
245	8	3	11·6	— 3·3	— 0·2	+ 0·5	+ 1
255	8	4	10·9	— 2·8	— 2·2	— 0·3	— 1
265	2	8	10·3	— 2·0	— 3·3	— 1·0	— 2
275	3	5	10·2	— 0·6	— 3·2	— 1·4	— 3
285	5	5	10·7	+ 1·5	— 1·8	— 1·4	— 2
295	4	8	11·5	+ 3·6	+ 0·3	— 1·1	+ 1
305	9	7	11·3	+ 4·7	+ 1·6	— 1·0	+ 3
315	2	8	9·9	+ 4·3	+ 1·7	— 0·2	+ 3
325	3	3	7·6	+ 2·9	+ 0·8	+ 0·4	+ 1
335	0	6	5·4	+ 1·3	— 0·1	+ 0·4	— 1
345	1	1	3·9	+ 0·3	— 0·5	+ 0·2	— 1
355	0	2	3·1	— 0·1	— 0·4	+ 0·2	0
	135	124	259·0	± 27·4	± 14·5	± 7·9	± 17·0

Gebiet XV: nördlich: $\alpha = 18^h$ $\delta = + 17$; südlich; $\alpha = 6^h$ $\delta = - 17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)_{Edd.}$
5°	2	8	8·1	+ 2·4	+ 0·9	+ 0·6	+ 3
15	4	4	7·5	+ 1·7	+ 0·4	+ 0·3	+ 2
25	3	3	6·4	+ 0·6	— 0·6	— 0·4	0
35	2	1	5·6	— 0·4	— 1·0	— 0·7	0
45	4	3	5·3	— 0·9	— 1·1	— 0·7	— 1
55	4	1	5·6	— 0·9	— 0·5	— 0·2	0
65	2	2	6·0	— 0·7	+ 0·3	+ 0·3	+ 1
75	5	4	6·3	— 0·7	+ 0·9	+ 0·6	+ 1
85	3	4	6·4	— 1·0	+ 1·1	+ 0·5	+ 2
95	2	3	6·1	— 1·7	+ 0·6	— 0·1	0
105	5	0	6·1	— 2·1	0	— 0·5	0
115	7	1	6·5	— 2·2	— 0·6	— 0·7	— 1
125	2	1	7·7	— 1·4	— 0·5	— 0·2	0
135	2	11	9·1	— 0·5	— 0·4	+ 0·1	0
145	5	5	10·6	+ 0·7	— 0·1	+ 0·5	+ 1
155	5	7	11·7	+ 1·4	— 0·2	+ 0·3	— 1
165	8	3	12·8	+ 2·4	+ 0·1	+ 0·1	0
175	13	4	13·5	+ 2·9	+ 0·6	— 0·1	— 1
185	6	6	13·8	+ 3·3	+ 0·6	+ 0·1	0
195	9	7	13·4	+ 2·9	+ 0·5	+ 0·2	0
205	3	9	12·6	+ 2·3	+ 0·3	+ 0·6	+ 1
215	4	8	11·1	+ 1·1	— 0·2	+ 0·7	0
225	3	6	9·6	— 0·1	— 0·5	+ 0·1	0
235	2	6	8·1	— 1·2	— 0·7	— 0·3	— 1
245	3	2	7·2	— 1·6	— 0·1	— 0·3	0
255	3	5	6·6	— 1·8	+ 0·6	— 0·2	0
265	2	4	6·2	— 1·8	+ 0·5	— 0·1	+ 1
275	3	4	5·7	— 1·9	+ 0·4	— 0·2	— 1
285	1	1	5·6	— 1·5	+ 0·3	— 0·1	— 1
295	1	5	5·9	— 0·9	+ 0·4	+ 0·2	0
305	5	5	6·0	— 0·5	+ 0·1	+ 0·3	+ 1
315	0	4	5·8	— 0·4	— 0·4	0	0
325	3	2	5·5	— 0·5	— 1·0	— 0·6	— 2
335	0	4	5·9	0	— 0·9	— 0·7	— 1
345	5	2	6·8	+ 1·0	— 0·2	— 0·2	0
355	0	9	7·9	+ 2·1	+ 0·7	+ 0·5	+ 2
	131	154	285·0	± 17·4	± 6·4	± 4·3	± 8·8

Gebiet XVI: nördlich: $\alpha = 20^h\ 24^m$ $\delta = + 17°$; südlich: $\alpha = 8^h\ 24^m$ $\delta = - 17°$.

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)_{Edd.}$
5°	1	1	3·6	0	— 0·9	0	0
15	3	3	5·3	+ 1·1	— 0·5	+ 0·4	+ 2
25	2	8	7·1	+ 2·1	— 0·2	+ 0·3	+ 2
35	5	0	9·1	+ 3·1	— 0·1	— 0·6	+ 1
45	5	5	11·7	+ 4·4	+ 0·3	— 1·5	+ 1
55	10	9	14·4	+ 5·6	+ 0·8	— 1·2	+ 1
65	4	10	16·9	+ 6·1	+ 1·0	+ 0·5	+ 3
75	10	13	17·6	+ 4·8	0	+ 1·3	0
85	10	9	17·1	+ 2·0	— 1·6	+ 0·9	— 1
95	5	9	15·6	— 1·8	— 2·8	— 0·5	— 4
105	3	7	14·8	— 4·5	— 1·9	— 1·1	— 3
115	6	13	14·4	— 6·1	+ 0·7	— 1·1	— 2
125	6	4	14·6	— 6·3	+ 4·2	— 0·3	+ 4
135	11	11	13·8	— 6·6	+ 5·1	— 0·3	+ 3
145	3	7	12·8	— 6·4	+ 3·0	— 0·5	+ 3
155	6	2	11·4	— 5·8	— 0·3	— 0·9	— 1
165	6	5	11·0	— 4·0	— 2·1	— 0·3	— 1
175	6	8	10·8	— 1·9	— 2·8	+ 0·4	— 1
185	4	5	10·9	+ 0·3	— 2·2	+ 1·2	— 2
195	6	3	11·1	+ 2·4	— 1·0	+ 1·9	— 2
205	8	5	11·4	+ 4·2	+ 0·8	+ 2·3	+ 1
215	8	6	10·9	+ 5·0	+ 1·7	+ 2·0	+ 3
225	6	4	9·4	+ 4·4	+ 1·6	+ 1·0	+ 2
235	4	3	6·8	+ 2·7	+ 0·4	— 0·2	0
245	1	1	4·5	+ 0·9	— 0·8	— 1·0	— 1
255	0	3	2·6	— 0·3	— 1·6	— 1·1	— 2
265	0	0	2·2	— 0·6	— 1·3	— 0·8	— 1
275	1	2	2·2	— 0·4	— 0·6	— 0·3	0
285	2	1	2·3	— 0·1	+ 0·2	+ 0·3	+ 1
295	0	2	2·3	— 0·1	+ 0·7	+ 0·4	+ 1
305	1	2	2·0	— 0·3	+ 0·9	+ 0·2	0
315	0	0	1·8	— 0·6	+ 0·8	0	0
325	0	2	1·7	— 0·7	+ 0·5	— 0·1	0
335	2	1	1·7	— 0·9	0	— 0·3	0
345	1	0	1·8	— 1·0	— 1·0	— 0·5	0
355	1	0	2·4	— 0·8	— 1·0	— 0·5	— 1
	147	164	311·0	± 31·6	± 14·6	± 8·3	± 16·0

ϑ	N Deklination nördlich	N Deklination südlich	N geglättet	$(B-R)_1$	$(B-R)_2$	$(B-R)_3$	$(B-R)_{Edd.}$
Gebiet XVII: nördlich; $\alpha = 22^h\ 48^m$ $\delta = +17°$; südlich: $\alpha = 10^h\ 48^m$ $\delta = -17°$.							
5°	1	3	1·9	— 0·1	— 0·1	+ 0·1	+ 1
15	1	0	2·1	— 0·3	— 0·8	— 0·2	+ 2
25	0	3	2·1	— 0·8	— 1·8	— 0·7	0
35	0	1	2·7	— 0·9	— 2·6	— 1·7	— 1
45	0	1	4·5	+ 0·1	— 2·4	— 1·8	— 2
55	4	3	8·1	+ 2·5	— 0·8	— 0·7	0
65	5	8	12·6	+ 5·5	+ 1·4	+ 1·3	+ 1
75	8	10	16·6	+ 7·7	+ 2·9	+ 3·5	+ 3
85	9	16	18·4	+ 7·4	+ 2·5	+ 4·1	+ 1
95	7	12	18·2	+ 4·8	+ 0·6	+ 3·3	— 2
105	8	7	16·3	+ 0·8	— 1·6	+ 1·1	— 6
115	5	4	14·9	— 2·5	— 1·7	— 0·4	— 2
125	15	6	13·4	— 5·1	— 0·6	— 1·7	0
135	6	5	12·2	— 6·6	+ 1·7	— 2·3	+ 3
145	6	2	10·3	— 7·8	+ 2·6	— 3·4	+ 1
155	5	3	8·5	— 7·2	+ 1·6	— 3·2	+ 1
165	4	7	7·6	— 6·3	— 0·8	— 3·1	— 1
175	1	2	7·2	— 4·5	— 2·3	— 2·2	— 1
185	4	3	7·0	— 2·4	— 2·5	— 1·1	— 4
195	5	2	7·6	+ 0·1	— 1·4	+ 0·5	— 1
205	4	6	8·3	+ 2·3	+ 0·2	+ 1·9	0
215	4	5	8·5	+ 3·8	+ 1·6	+ 2·7	+ 1
225	5	3	8·0	+ 4·3	+ 2·1	+ 2·6	+ 2
235	7	2	6·7	+ 3·7	+ 1·9	+ 1·9	+ 1
245	4	0	5·1	+ 2·5	+ 1·0	+ 1·0	+ 1
255	1	2	3·2	+ 1·0	— 0·1	0	— 1
265	1	0	1·7	— 0·1	— 1·0	— 0·6	— 1
275	0	0	0·9	— 0·8	— 1·3	— 1·0	— 2
285	0	0	0·6	— 0·9	— 1·1	— 0·9	— 1
295	1	0	0·7	— 0·7	— 0·6	— 0·6	— 1
305	0	1	1·2	— 0·3	+ 0·1	0	0
315	0	1	1·5	+ 0·1	+ 0·7	+ 0·4	+ 1
325	1	2	1·6	+ 0·2	+ 1·0	+ 0·5	+ 1
335	0	2	1·6	+ 0·1	+ 0·9	+ 0·4	+ 1
345	0	0	1·5	— 0·1	+ 0·6	+ 0·3	0
355	0	1	1·7	— 0·1	+ 0·3	+ 0·2	+ 1
	122	123	245·0	± 38·5	± 19·2	± 21·0	± 19·6

III. Diskussion der Beobachtungen.

6. Die Diskussion der Zahlen der vorstehenden Tafel mag mit der Gruppe beginnen, die unterhalb der Kolonnen mit den Überschriften $(B-R)$ stehend, die Durchschnittsfehler darstellen, mit denen sich die Theorie der Beobachtungen anschließt. Die erste, als $(B-R)_1$ bezeichnete, gibt als Mittelwert für ihn

$$\pm 32 \cdot 1$$

mit einem Maximum von $\pm 50 \cdot 5$ für das Gebiet IX und einem Minimum von $\pm 11 \cdot 3$ für XI. Es sagt dies, daß schon eine bloß auf dem Maxwell'schen Zufallsgesetz beruhende Verteilungsfunktion für die Geschwindigkeiten der Sterne sich den Beobachtungen so genau anschmiegt, daß die übrigbleibenden Fehler im Durchschnitt nur $32 \cdot 1\,{}^0\!/\!_0$ der gesamten Sterne eines Gebietes betragen. Die Mittelwerte der drei weiteren Kolonnen mit den Bezeichnungen $(B-R)_2$, $(B-R)_3$ und $(B-R)_{Edd}$ sind der Reihe nach

$$\pm 14 \cdot 7 \quad \pm 12 \cdot 9 \quad \pm 12 \cdot 8.$$

Sie geben wiederum die Verbesserung an, die die Zahl $\pm 32 \cdot 1$ dadurch erfährt, daß das einfache Maxwell'sche Gesetz entweder durch den Faktor F multiplikativ oder divisiv oder endlich durch die der Zweischwarmhypothese zugrunde liegende Annahme ergänzt wird. Aus dem Umstande, daß diese Zahlen nur wenig voneinander verschieden sind, folgt dann, daß die drei Verteilungsformeln

$$N = Cf(\tau).F \qquad N = Cf(\tau):F \qquad N = C_1 f(\tau_1) + C_2 f(\tau_2)$$

und damit die drei Hypothesen, auf denen sie beruhen, fast gleichwertig sind. Doch ist hierbei zu berücksichtigen, daß ähnlich wie bei der Ellipsoidhypothese gegenüber der der zwei Schwärme soweit ein Nachteil auf der Seite der letzteren liegt, als sie in die darstellende Formel eine Konstante mehr einführt als jene.

Die in den einzelnen Kolonnen $(B-R)$ selbst stehenden Zahlen zeigen wohl noch einen Gang, der darauf hinweisen würde, als ob in den Zahlen Differenzen systematischen Charakters vorhanden seien. Es scheint jedoch, daß dieser Gang mehr durch die geglätteten Summenzahlen der vierten Kolonne hervorgerufen wird, als daß er eine reale Grundlage hat. Rechnet man nämlich mit den ungeglätteten reinen Beobachtungsgrößen, rundet ebenso ferner die gerechneten zu ganzen Zahlen ab, so verschwindet der Gang fast ganz. Ein Beispiel hierzu mögen die zwei Gebiete I und XV geben, für die untenstehend die so abgerundeten Zahlen der Kolonnen $(B-R)_2$ angeführt seien. Die zwei Gebiete sind deshalb gewählt, weil das erste den größten Durchschnittsfehler mit $\pm 26 \cdot 5$, das zweite den kleinsten mit $\pm 6 \cdot 4$ zeigt.

Tabelle 2.

Ungeglättete Differenzen $(B-R)$ für die Gebiete I und XV.

ϑ	I	XV	ϑ	I	XV	ϑ	I	XV	ϑ	I	XV
5°	−2	+2	95°	+16	−1	185°	+5	−2	275°	0	+1
15	−3	+1	105	−2	−1	195	−1	+3	285	0	−4
25	−4	0	115	+3	+2	205	+1	−1	295	+3	0
35	−5	−3	125	−14	−4	215	−4	+1	305	−1	+4
45	−11	+2	135	−7	+4	225	−2	−1	315	−3	−2
55	−2	−1	145	−5	−1	235	0	0	325	−1	−1
65	+6	−2	155	−3	0	245	−5	−2	335	+3	−2
75	+2	+3	165	+3	−2	255	+1	+1	345	+1	0
85	+25	+1	175	+3	+4	265	−2	0	355	+5	+1

7. Die ersten zwei Konstanten sind jene, die in die Berechnung der Differenzen $(B-R)_1$ eingehen und durch das Maxwell'sche Verteilungsgesetz allein bedingt erscheinen. Es sind dies die Größen w als die Geschwindigkeitskomponente der Sonnenbewegung für jedes einzelne betrachtete Sterngebiet und ϑ_1 ihr Positionswinkel. Ihre Werte sind in der nachstehenden Tafel in der zweiten und dritten Kolonne angeführt. Außerdem habe ich noch dieselben Konstanten w und ϑ_1 für jedes einzelne Teilgebiet mit nördlicher und südlicher Deklination, aus denen sich die Hauptgebiete zusammensetzen, berechnet, wiewohl nur nach einem Näherungsverfahren. Es schien mir diese Mehrrechnung notwendig, um über etwa da auftretende systematische Unterschiede Aufschluß zu erlangen. Die Werte dieser Konstanten sind in den vier folgenden Kolonnen (4—7) angeführt und wie eine Durchsicht der Zahlen in ihnen zeigt, scheinen solche nicht vorhanden zu sein. Im Allgemeinen sind die Unterschiede zwischen ihnen und den in zwei ersten Hauptkolonnen stehenden und sich auf die zusammengefaßten Gebiete beziehenden nicht gar zu groß, mit Ausnahme etwa eines Falles. In den Teilgebieten XV haben die Winkel ϑ_1 die Werte 147° 55′ beziehungsweise 230° 44′, während für das Hauptgebiet $\vartheta_1 = 181° 37'$ ist.

Tabelle 3.

Konstanten w und ϑ_1.

	Hauptgebiet		nördliche δ		südliche δ		$(B-R)$	
	w	ϑ_1	w	ϑ_1	w	ϑ_1	w	ϑ_1
I.	0·5045	114°57'	0·3314	119°26'	0·5474	104°24'	—	—
II.	0·9851	135 26	0·9166	140 18	1·1466	154 45	+ 0·0443	+ 5°25'
III.	0·9122	160 45	0·5304	156 41	1·2100	165 59	— 0·1537	— 5 33
IV.	0·6607	199 24	0·5714	199 48	0·8043	206 8	— 0·3893	— 7 4
V.	0·6751	228 49	0·7456	225 36	0·6249	227 0	— 0·1559	— 11 17
VI.	0·4464	287 16	0·3388	276 24	0·5439	297 16	+ 0·1934	+ 13 40
VII.	0·7511	100 50	0·7544	103 3	0·8162	99 46	+ 0·2764	+ 1 13
VIII.	0·9754	144 30	1·0055	156 6	1·1757	140 0	— 0·0989	+ 1 30
IX.	1·4305	170 53	1·6199	166 10	1·5321	177 7	+ 0·0331	+ 9 39
X.	1·2148	185 52	0·9105	179 54	1·3794	201 20	+ 0·2402	— 1 28
XI.	1·1405	212 0	1·3071	212 31	1·0402	215 29	+ 0·0929	+ 1 59
XII.	1·0114	218 52	1·3712	217 40	0·8304	221 47	— 0·0589	— 3 40
XIII.	0·9965	220 43	1·2380	217 8	0·8564	215 6	+ 0·0735	— 3 46
XIV.	0·7408	225 36	0·8698	208 45	0·6352	243 51	— 0·0889	+ 15 55
XV.	0·2577	181 37	0·3982	147 55	0·2692	230 44	— 0·3039	— 14 25
XVI.	0·8640	124 40	0·8700	125 23	0·8509	118 43	+ 0·0601	— 14 37
XVII.	1·0165	131 26	1·4181	140 56	0·8847	121 21	— 0·0096	— 3 24

Aus den Konstanten w und ϑ_1 berechnen sich nach den Gleichungen

$$w \sin \vartheta_1 = -X_1 \sin \alpha + Y_1 \cos \alpha$$

$$w \cos \vartheta_1 = -X_1 \cos \alpha \sin \delta - Y_1 \sin \alpha \sin \delta + Z_1 \cos \delta$$

vorerst die rechtwinkligen Koordinaten und aus ihnen sodann nach

$$-X_1 = w_1 \cos A_1 \cos D_1 \qquad -Y_1 = w_1 \sin A_1 \cos D_1 \qquad -Z_1 = w_1 \sin D_1$$

Richtung und Geschwindigkeit der Sonnenbewegung. Bei dieser Berechnung wurde das Gebiet I der Polkalotten ausgeschlossen, die anderen 16 sodann in verschiedener Art in Gruppen kombiniert und die sich da ergebenden Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst.

Ich erhielt so:

1. Aus den Sektoren II—VII: der Dekl. $\pm 50°$.... $A_1 = 258° 54'$ $D_1 = +46° 37'$ $w_1 = 0 \cdot 9417$

2. » » VIII—XVII: » » $\pm 17°$.... $A_1 = 261° 7'$ $D_1 = +45° 36'$ $w_1 = 1 \cdot 1510$

3. Aus allen zusammen .... $A_1 = 260° 12'$ $D_1 = +47° 19'$ $w_1 = 1 \cdot 0785$

Endlich ordnete ich die 16 Gebiete nach ihrer gallaktischen Breite. Die Zonen II, III, VII, IX, X, XI, XV und XVII mit einer mittleren Breite von $\pm 17°$ nahm ich als zur Milchstraße gehörig an, die anderen 8, nämlich IV, V, VI, VIII, XII, XIII, XIV und XVI mit einer mittleren Breite von $\pm 50°$ sollen der Nichtmilchstraßengürtel genannt werden.

Es gaben:

4. Der Milchstraßengürtel............... $A_1 = 257° 34'$ $D_1 = 45° 4'$ $w_1 = 1 \cdot 1792$

5. » Nichtmilchstraßengürtel .... $A_1 = 262° 27'$ $D_1 = 47° 22'$ $w_1 = 0 \cdot 9567$

Eddington findet aus demselben Beobachtungsmaterial nach der Zweischwarmhypothese, nach der der Apex der Sonnenbewegung durch

$$X_1 = \frac{n_1 x + n_2 x_2}{n_1 + n_2} \qquad Y_1 = \frac{n_1 y_2 + n_2 y_2}{n_1 + n_2} \qquad Z_1 = \frac{n_1 z_1 + n_2 z_2}{n_1 + n_2}$$

definiert wird, wenn $x_1\ y_1\ z_1$ sowie $x_2\ y_2\ z_2$ die Bewegungsvektoren der beiden Einzelschwärme bedeuten und n_1 und n_2 die Sternfülle in jedem von ihnen ist,

$$A_1 = 267° 3' \qquad D_1 = +36° 4' \qquad w_1 = 0 \cdot 9083$$

und Boss endlich selbst nach der Airy'schen Methode unter bloßer Verwendung der Eigenbewegungen in Rektaszension und Deklination

$$A_1 = 270° 5' \qquad D_1 = +34° 3'$$

während leider nach der Schwarzwild'schen Ellipsoidhypothese der Boss-Katalog noch keine Bearbeitung gefunden hat. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung der Zahlenwerte trotz der Verschiedenheit der Methoden, auf denen sie beruhen, eine recht gute, mindestens liegen die Unterschiede zwischen ihnen innerhalb der Genauigkeitsgrenzen, zwischen denen die Angaben über den Sonnenapex überhaupt eingeschlossen sind.

Mit dem Mittelwerte

$$A_1 = 260° 12' \qquad D_1 = +47° 19' \qquad w_1 = 1 \cdot 0785$$

wurden nach den Umkehrformeln

$$w_1 (\cos \delta \sin D_1 - \sin \delta \cos D_1 \cos (A_1 - \alpha)) = w \sin \vartheta_1$$
$$w_1 \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha) = w \cos \vartheta_1$$

wieder für jedes einzelne Gebiete w und ϑ_1 berechnet und mit den Zahlen in der zweiten und dritten Kolonne der Tafel 3 verglichen. Die Resultate sind in den beiden letzten unter der Bezeichnung $(B-R)$ angeführt. Sie geben als mittleren Fehler der Darstellung

den Winkel ϑ_1.... $\pm 9°$ für die Geschwindigkeit w_1.... $\pm 0 \cdot 184$...

und zwischen denselben Grenzen liegen auch die Differenzen der in den anderen Kolonnen stehenden Zahlen gegeneinander.

8. Die weiteren zwei Konstanten, deren Berechnung durchzuführen ist, sind die Größen L' und φ in dem Ausdrucke für den Transformationskoeffizienten F. Definiert durch die Gleichungen 13 und 14 sind sie es, aus denen die Richtung nach dem Baryzentrum und die Exzentrizität der Sonnenstellung abzuleiten ist und die damit die Hauptgrößen vorstellen, auf die die neue hier aufgestellte Hypothese zur Erklärung der Gesetzmäßigkeiten in den Sternbewegungen sich stützt.

Die Berechnungen für die beiden Größen sind doppelt zu führen, einmal entsprechend dem Faktor F als Multiplikator und dann als Divisor in der Formel für die Verteilungsfunktion. Die erhaltenen Zahlen sind in der folgenden Tabelle in den sechs ersten Kolonnen mit den Bezeichnungen $(L')_1$ $(\varphi)_1$ und $(L')_2$ $(\varphi)_2$ angesetzt.

Tabelle 4.

Konstanten des Faktors *F*.

Gebiet	$(L')_1$ rauh	$(L')_1$ geglättet	$(\varphi)_1$	$(L')_2$ rauh	$(L')_2$ geglättet	$(\varphi)_2$	$(B-R)_1$		$(B-R)_2$	
							L'	φ_2	L'	φ_2
I.	1·0000	—	173° 1'	0·9443	—	85° 0'	—	—	—	—
II.	0·9829	0·6183	167 12	0·9718	0·9190	79 12	+ 0·3317	+ 5°31'	+ 0·0203	+ 4°11'
III.	0·8291	0·6372	222 36	0·8700	0·6769	137 21	— 0·0055	+ 3 44	+ 0·0420	+ 10 53
IV.	0·8316	0·8923	303 23	0·8362	0·6051	212 17	— 0·3450	+ 5 50	+ 0·0344	— 6 29
V.	0·9534	0·7499	5 22	0·9454	0·7952	271 10	+ 0·0184	+ 3 3	— 0·0782	— 5 12
VI.	0·9557	0·9020	64 20	0·9320	0·9309	335 19	+ 0·0795	— 1 17	— 0·0409	+ 11 10
VII.	0·9636	0·6402	115 22	0·9495	0·9954	23 51	+ 0·3234	+ 3 30	+ 0·1427	— 0 55
VIII.	0·9674	0·3759	205 1	0·9322	0·8638	92 51	+ 0·4398	+ 32 21	— 0·0100	+ 14 29
IX.	0·9519	0·5049	210 49	0·9849	0·6958	98 24	+ 0·1168	— 13 4	+ 0·1115	+ 13 48
X.	0·7684	0·6368	218 11	0·8093	0·3049	111 15	— 0·3383	— 26 6	+ 0·2161	+ 15 38
XI.	0·7927	0·6020	349 31	0·8557	0·3182	267 4	— 0·2410	+ 18 26	— 0·1211	— 6 11
XII.	0·9954	0·4078	17 27	0·9506	0·7180	280 6	+ 0·3198	— 21 57	— 0·0928	— 0 6
XIII.	1·0000	0·4328	23 31	0·9752	0·8484	291 39	+ 0·4318	— 22 7	— 0·0552	+ 2 20
XIV.	0·9515	0·7982	40 3	0·9320	0·7086	308 26	— 0·0488	— 34 58	— 0·0173	+ 1 41
XV.	0·8260	0·6103	92 35	0·7980	0·6097	2 19	+ 0·0531	— 13 14	+ 0·1032	+ 12 22
XVI.	0·9618	0·6391	134 43	0·9120	0·6750	48 51	+ 0·1309	+ 19 31	+ 0·0308	+ 5 56
XVII.	0·9647	0·3322	148 34	0·8608	0·7973	64 9	+ 0·5111	+ 19 45	+ 0·0735	— 2 18

Ein erstes interessantes Resultat bietet die Durchsicht dieser Tabelle durch den Vergleich der beiden Zahlenreihen $(\varphi)_1$ und $(\varphi)_2$. Es zeigt sich, daß die Einzelwerte in ihnen fast genau um 90° voneinander verschieden sind. Das arithmetische Mittel ihrer Differenzen ist 92° mit einer Schwankung zwischen den Grenzen 84° als Minimum und 112° als Maximum. Daraus folgt, daß die zwei durch diese zwei Winkel charakterisierten Richtungen aufeinander senkrecht stehen, als erstes und wichtiges Ergebnis der vorliegenden Untersuchung. Es läßt sich in Kürze so aussprechen: »Der in die Verteilungsfunktion eingehende Koeffizient F definiert durch den Winkel φ eine bestimmte Richtung im Raume; je nachdem man nun diese Funktion in der Form $N = Cf(\tau).F$ oder $N = Cf(\tau):F$ ansetzt, erhält man zwei Richtungen — und diese stehen aufeinander senkrecht.

Ich habe diesem neuen Ergebnisse zunächst dadurch Rechnung getragen, daß ich die Bestimmung der Größen x_2, y_2 und z_2 als der rechtwinkligen Koordinaten des Baryzentrums und aus diesen sodann

der Polarkoordinaten $R r$, A_2 und D_2, in doppelter Form durchführte, einmal nach den Gleichungen 15 unter Einführung des Winkel $\varphi = (\varphi)_1$,

a)
$$L' \sin \varphi_1 = - X_2 \sin \alpha + Y_2 \cos \alpha$$
$$L' \cos \varphi_1 = - X_2 \cos \alpha \sin \delta - Y_2 \sin \alpha \sin \delta + Z \cos \delta$$

und dann gewissermaßen in einer inversen Form mit Vertauschung von sin und cos, so als ob statt $(\varphi)_1$ $90 + (\varphi)_2$ gesetzt worden wäre:

b)
$$L' \cos \varphi_2 = -X_2 \sin \alpha + Y_2 \cos \alpha$$
$$L' \sin \varphi_2 = -X_2 \cos \alpha \sin \delta - Y_2 \sin \alpha \sin \delta + Z \cos \delta$$

Die Rechnung, wiederum wie vorher bei der Apexbestimmung unter verschiedener Gruppierung der 16 Gebiete ausgeführt, jedoch nicht mit den aus der Auflösung der Gleichungen folgenden direkten Werten, in der Tabelle 4 als (L'), rauh angegeben, sondern mit den durch Glättung aus $L' \sin \varphi_1$ und $L' \cos \varphi_1$ erhaltenen, in der Tabelle als (L'), geglättet bezeichnet, gab als Einzelresultate:

1. Aus den 6 Gebieten II—VII ($\delta = \pm 50°$)	a)	$A_2 = 183° 37'$	$D = + 5° 20'$	$R/r = 0 \cdot 8970$
	b)	$A_2 = 183° 50'$	$D = + 5° 11'$	$R/r = 0 \cdot 9005$
2. Aus den 10 Gebieten VIII—XVI ($\delta = \pm 17°$) .	a)	$A_2 = 182° 56'$	$D = + 4° 27'$	$R/r = 0 \cdot 6239$
	b)	$A_2 = 180° 23'$	$D = + 7° 51'$	$R/r = 0 \cdot 5568$
3. Aus allen zusammen	a)	$A_2 = 183° 21'$	$D = + 4° 16'$	$R/r = 0 \cdot 7508$
	b)	$A^2 = 182° 25'$	$D = + 6° 11'$	$R/r = 0 \cdot 7166$
4. Aus dem Milchstraßengürtel	a)	$A_2 = 198° 43'$	$D = + 20° 45'$	$R/r = 0 \cdot 6477$
	b)	$A_2 = 196° 22'$	$D = + 26° 19'$	$R/r = 0 \cdot 6023$
5. Aus dem Nichtmilchstraßengürtel	a)	$A_2 = 178° 8'$	$D = - 3° 26'$	$R/r = 0 \cdot 9333$
	b)	$A_2 = 178° 29'$	$D = - 2° 21'$	$R/r = 0 \cdot 9308$

Die Resultate der drei ersten Gruppen weichen nur wenig voneinander ab. Sie würden als Mittel für die fragliche Größe, die Richtung nach dem Baryzentrum, gesehen von der Sonne aus,

$$\text{aus } 1-3) \qquad A_2 = 183° \qquad D_2 = +5°$$

geben. Eine weniger gute Übereinstimmung dagegen zeigen die aus den beiden Gruppen 4 und 5 abgeleiteten. Deren Mittelwerte wären

$$\text{aus } 4) \qquad A_2 = 197° \qquad D_2 = +24$$
$$\text{aus } 5) \qquad A_2 = 178° \qquad D_2 = -3$$

Ob hier eine auf eine reale Ursache zurückzuführende Differenz vorliegt, ist natürlich zurzeit nicht zu entscheiden. Jedenfalls sind aber die Zahlen der Gruppe 4, die sich auf bloß in der Milchstraße liegende Sterne stützen, von großem Interesse. Vergleicht man sie nämlich mit den heute als beste anerkannten Angaben über die Lage des Pols der Milchstraße, nach denen

$$A = 191° \qquad D = +28°$$

zu setzen ist, so zeigt sich eine merkwürdige Übereinstimmung. Sie führt zu dem folgenden Schlusse: Das Baryzentrum mindestens der in der Milchstraße liegenden Sterne liegt in einer Richtung, die fast genau nach deren Pol hinweist und daher auf ihrer Hauptebene senkrecht steht. Von dieser Richtung weicht die für die anderen, nicht in der Milchstraße liegenden Sterne gefundene ziemlich bedeutend ab,

wohl um 15—20°. Doch rechnet man, speziell für die beiden Gruppen 4 und 5 rückwärts wieder mit den erhaltenen Werten für A, D und R/r die Größen L' und φ nach den Beziehungen

$$L' \sin\varphi = \frac{R}{r} \cos D_2 \sin(A_2 - \alpha)$$

$$L' \cos\varphi = \frac{R}{r} [-\cos D_2 \cos(A_2 - \alpha) \sin\delta + \sin D_2 \cos\delta]$$

so ergeben sich die in der Tabelle 4 unter den Kolonnen mit der Bezeichnung $(B-R)_1$ stehenden Zahlen als deren Differenzen gegen die geglätteten L_1. Diese sind hier recht groß, bedeutend größer als die entsprechenden bei der Bestimmung des Apex gefundenen und würden noch größer werden, wenn man die Differenzen gegen die direkten Werte L'_1 (rauh) bildet. Sie geben als mittleren Fehler des Anschlusses an die Beobachtungen

für die Winkelgröße φ $\pm 20°$ für L' $\pm 0{\cdot}301\ldots$

und lassen damit erkennen, daß die Bestimmung dieser neuen Konstanten eine viel unsicherere ist, als die analoge für den die Apexrichtung definierenden Winkel ϑ_1. Es scheint daher nicht notwendig zu sein, die größeren Abweichungen in den abgeleiteten Werten für sie auf Fehler systematischen Charakters zurückzuführen, sie können ganz wohl in Unstetigkeiten und Unregelmäßigkeiten in den Beobachtungen ihre genügende Erklärung haben.

9. Die zweite Richtung φ, die der zweiten Form der Verteilungsfunktion $N = Cf(\tau): F$ entspricht und die man erhält, indem man den wahren Wert dieses Winkels der Rechnung zugrunde legt, ihn nicht durch $90 + \varphi$ ersetzt und so auf die erste reduziert, führt auf folgende Ergebnisse:

1. Aus den Sektoren II—VII der Dekl. $\pm 50°$.... $A_3 = 93°\,38'$ $D_3 = +18°\;6'$ $R/r = 0{\cdot}9497$
2. » » » VIII—XVII » » $\pm 17°$.... $A_3 = 97°\,51'$ $D_3 = +16°\,11'$ $R/r = 0{\cdot}8821$
3. Aus allen zusammen .... $A_3 = 95°\,49'$ $D_3 = +16°\,22'$ $R/r = 0{\cdot}9093$

während die Darstellung der Beobachtungen, die in der letzten Kolonne der Tabelle 3 unter der Überschrift $(B-R)_2$ angegeben ist, auf mittlere Fehler hinweist, die

für die Winkelgröße φ $\pm 9°$ für L' $\pm 0{\cdot}120$

betragen. Sie sind, wie man sieht, etwa von gleicher Größe mit den analogen, bei der Apexrechnung erhaltenen, aber nur, weil die Differenzen mit den geglätteten Werten L' bestimmt wurden.

Diese neue so gefundene Richtung steht, wie man erkennt, in Übereinstimmung zu der zuerst von Schwarzschild definierten Vertexrichtung der Sternbewegungen. Nach der Zweischwarmhypothese ist sie aus

$$x = x_1 - x_2 \qquad y = y_1 - y_2 \qquad z = z_1 - z_2$$

abzuleiten, wenn hierin x_1, y_1 und z_1 sowie x_2, y_2 und z_2 die Bewegungsvektoren der beiden Schwärme bedeuten. Eddington findet danach aus dem gleichen Beobachtungsmaterial

$$A = 94{,}^\circ 2 \qquad D = +11{,}^\circ 9$$

Zahlen, die mit den oben erhaltenen

$$A = 95{,}^\circ 8 \qquad D = +16{,}^\circ 4$$

in so guter Übereinstimmung stehen, daß man wohl beide Richtungen als zusammenfallend bezeichnen kann.

Es zeigen also von den beiden durch den Koeffizienten F in seiner doppelten Verwendungsform in der Verteilungsfunktion definierten und aufeinander senkrecht stehenden Richtungen die eine nach

dem Pole der Milchstraße, die andere nach dem Vertex der Sternbewegungen. Die eine gibt die Lage des Baryzentrums gegenüber der Sonne an, was bedeutet aber die zweite?

Berechnet man den Neigungswinkel zwischen den beiden Richtungen, so findet sich dieser zu 93° 34′ der tatsächlich nur wenig von 90° abweicht. Nicht so steht es aber mit der Apexrichtung. Berechnet man in gleicher Art den Neigungswinkel beider Richtungen gegen diese, so findet man

$$77° \; 58' \quad \text{beziehungsweise} \quad 65° \; 24'.$$

Zahlen, die von 90° ziemlich differieren. Doch ließen sich leicht auch diese zwei Winkel so bestimmen, daß sie genau 90° wären. Man käme so auf eine dritte Richtung, die von der nach dem Apex nicht sehr verschieden sein wird und erhält damit drei aufeinander senkrecht stehende Achsen, vergleichbar den drei Hauptachsen eines Ellipsoids. Diese dritte Richtung ergibt sich aus den oben angegebenen Daten für

$$A_2 = 183° \; 21' \qquad D_2 = +4° \; 16' \qquad \text{und} \qquad A_3 = 95° \; 49' \qquad D_3 = +16° \; 22'$$

zu

$$A = 287° \; 46' \qquad D = 73° \; 17'$$

dagegen mit den aus der Milchstraßen- und Nichtmilchstraßengruppe abgeleiteten

$$A_2 = 197° \; 32' \quad D_2 = +23° \; 40' \qquad \text{und} \qquad A_2 = 178° \; 19' \quad D_2 = -2° \; 54'$$

und dem gleichen Mittelwerte für A_3 und D_3 wie oben, zu

$$A = 335° \; 49' \quad D = +59° \; 33' \qquad \text{beziehungsweise} \qquad A = 258° \; 41' \quad D = +72° \; 55'$$

deren arithmetisches Mittel erst, sofern man bei diesen so sehr divergierenden Zahlen noch von einem solchen sprechen kann

$$A = 297° \; 15' \qquad D = +66° \; 15'$$

ist, zwei Werte, die von der vorher gefundenen Richtung,

$$A = 260° \; 12' \qquad D = +47° \; 19'$$

wohl etwas mehr, aber doch nicht gar zu sehr abweichen, und die etwa durch eine geringfügige Änderung in den zugrunde liegenden Angaben über die beiden ersten zur vollen Übereinstimmung gebracht werden könnten. Denn, wie die Rechnung zeigt, rufen kleine Änderungen in ihnen schon bedeutendere Verschiebungen in der aus ihnen abzuleitenden Apexrichtung hervor.

Ist aber diese der Apexrichtung gewissermaßen auferzwungene Forderung, auf den beiden anderen senkrecht zu stehen, irgendwie zu rechtfertigen? Es scheint dies nicht der Fall zu sein, vielmehr der Wahrheit mehr zu entsprechen, wenn man annimmt, daß ihre Neigungswinkel gegen die beiden anderen ausgezeichneten Richtungen, für die sich vorher die Werte 77° und 65° ergaben, von 90° verschieden, aber einander gleich sind. Es würde diese neue Forderung zur Folge haben, daß die Vertexrichtung durch die geometrische Bedingung definiert erscheinen würde, in der Milchstraßenebene zu liegen und mit der Apexrichtung einen bestimmten Winkel einzuschließen, ihre Willkürlichkeit würde hierdurch verschwinden, und das Ergebnis der vorliegenden Untersuchung, sofern sie sich auf Zählungen von Sternen mit bestimmten Positionswinkeln ihrer Eigenbewegungen stützt, ließe sich dahin aussprechen.

Es gibt im Raume drei ausgezeichnete Richtungen, die erste ist gegeben durch die Normale der Milchstraßenebene, die zweite durch die Apexrichtung, wobei ausdrücklich hervorzuheben ist, daß sie nicht in die Ebene der Milchstraße fällt, die dritte, als der Vertex der Sternbewegungen, ist nicht mehr willkürlich, sondern durch die beiden ersten derart festgelegt, daß sie auf der ersten senkrecht steht und mit der zweiten den gleichen Neigungswinkel bildet, wie die beiden miteinander. Es wäre daraus zu schließen, daß die Vertexbewegung der Sterne uns durch die exzentrische Stellung der Sonne gegenüber dem Schwerpunkt des Sternsystems vorgetäuscht wird, etwa so, um ein zwar nicht voll

zutreffendes aber doch analoges Beispiel anzuführen, wie uns die retrograde Bewegung der Kleinen Planeten zur Zeit ihrer Opposition trotz ihres rein direkten Laufes um die Sonne durch die exzentrische Stellung der Erde und ihre direkte Bewegung vorgetäuscht wird.

10. Sollten diese drei Richtungen dennoch aufeinander senkrecht stehen, so wären hierdurch im Raume drei Achsen, vergleichbar mit den drei Hauptachsen eines Ellipsoids, bestimmt und damit ein Anschluß an frühere Ellipsoidhypothesen erzielt, die bei der Diskussion der Sternbewegungen in Anwendung kamen. In erster Linie wäre hier die Schwarzschild'sche in Betracht zu ziehen. Schwarzschild führte seine Rechnungen nur unter der Annahme eines Rotationsellipsoides durch und kam so auf zwei im Raume bevorzugte Richtungen, den Apex und den Vertex, die nach dem Gange der ganzen Entwicklung ganz unabhängig voneinander sind. Die Hypothese Schwarzschild hat sodann Charlier unter Verwertung der Kollektivmaßlehre auf eine neue — mehr mathematisch als physikalisch — zu deutende Basis gestellt und seine Schüler Gyllenberg und Wicksell haben, der erstere aus den Eigenbewegungen ebenfalls des Boss'schen Sternkataloges, doch nach einer anderen Einteilung des ganzen Himmels, der zweite aus allen bekannten Radialbewegungen der Sterne desselben Kataloges, die drei Hauptachsen des Ellipsoids berechnet. Beide erhalten damit vier ausgezeichnete Richtungen im Raume. Die erste ist die Apexrichtung; sie wird direkt nach der Methode von Airy aus den Eigenbewegungen der Sterne gewissermaßen als Größen erster Ordnung abgeleitet und steht mit den folgenden Rechnungen in keinem Zusammenhange. Die drei anderen Richtungen sind die Achsen des Ellipsoids. Sie werden aus den Streuungen der Eigenbewegungen berechnet, die man gegenüber diesen selbst als Größen zweiter Ordnung auffassen kann.

Die von den beiden Rechnern erhaltenen Resultate sind schon von mir in meiner III. Abhandlung (Kritik der Ellipsoidhypothese, p. 23) mitgeteilt. Sie lauten:

Richtung: Apex	$A = 282°8$	$D = +31°6$	$A = 270°5$	$D = +28°6$
» 1. Hauptachse ...	$A = 274°3$	$D = -12°4$	$A = 264°1$	$D = -5°2$
» 2. » ...	$A = 189°2$	$D = +24°1$	$A = 177°1$	$D = +29°9$
» 3. » ...	$A = 339°1$	$D = +62°5$	$A = 336°5$	$D = +59°5$

Die erste von den drei Hauptachsenrichtungen zeigt nach dem Vertex der Sterne und steht mit den hier gefundenen

$$A = 275°8 \qquad D = -16°4$$

in recht guter Übereinstimmung. Die zweite weist nach dem Pole der Milchstraße hin, für die aus den vorliegenden Rechnungen

$$A = 197°5 \qquad D = +23°5$$

sich ergab. Die dritte endlich bleibt zunächst ohne jede geometrische Deutung und Beziehung. Vergleicht man sie aber mit einer der oben für den Apex gefundenen Richtungen, wenn ihm die Forderung auferlegt wird, auf den beiden anderen bestimmten senkrecht zu stehen, die beispielsweise

$$A = 339°8 \qquad D = +59°5$$

gaben; berücksichtigt man ferner, daß Gyllenberg für diese dritte Richtung bei anderer Gruppierung, namentlich bei Teilung der Sterne nach ihren Spektralklassen wesentlich voneinander verschiedene Werte erhält, zum Beispiel um auf einige größere Differenzen hinzuweisen, für die K- und M-Sterne

$$A = 257°2 \qquad D = +76°0$$

für die B- und A-Sterne

$$A = 304°8 \qquad D = +68°8$$

und erst im Mittel für alle die oben angeführten, daß er endlich bei gleichzeitiger Verwertung der Radial- und Eigenbewegungen (p. 62 seiner Abhandlung)

$$A = 235°0 \qquad D = +78°1$$

findet, die wieder von dem oben angegebenen Mittelwert sehr stark abweichen, so wird man sich des Gedankens kaum erwehren, daß diese fragliche Richtung nichts anderes ist als eine Verfälschung der des Apex, hervorgerufen durch die ihr auferzwungene Bedingung des Normalstehens auf den beiden anderen.

Apexrichtung und Milchstraßenebene sind eben von einander unabhängig und ein Zwang, sie miteinander in Zusammenhang zu bringen, verfälscht die eine Richtung gegen die andere. Da aber die des Apex in der Bahnebene der Sonne liegt, so heißt dies nichts anderes, als daß diese und wohl auch die aller Sterne nicht mit der Milchstraße zusammenfällt.

11. Einem zweiten Ellipsoide begegnen wir in der Lehre von den Eigenbewegungen der Fixsterne in jenem, auf das sich die Bessel-Kobold'sche Methode der Apexbestimmung stützt. Seine Theorie wurde von mir ebenfalls in meiner III. Abhandlung, p. 310 (4) entwickelt. Danach beruht seine Berechnung auf rein dynamischen Größen, nämlich auf den Eigenbewegungen der Sterne in Rektaszension und Deklination, $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ und nicht wie die vorliegende Untersuchung auf statistischen Zählungen von Sternen mit bestimmten Positionswinkeln der Eigenbewegung. Seine drei Hauptachsen geben an die drei Richtungen nach dem Apex der Sonne, nach dem Baryzentrum der Sterne und dem Pole ihrer Bahnebene. Merkwürdigerweise liefert die Rechnung zwei Ellipsoide, bei denen die zwei letzten miteinander vertauscht auftreten und die so scheinbar, wie die Hypothese der zwei Schwärme, eine Zweispaltung des ganzen Fixsternhimmels bedingen. Die Ergebnisse der Rechnung, die auf Grundlage derselben Beobachtungsdaten durchgeführt wurde, auf denen auch die vorliegende Untersuchung beruht, nämlich den in dem Boss'schen Kataloge niedergelegten Eigenbewegungen — nur wie schon früher erwähnt wurde, in der Charlier'schen Einteilung des Himmels in 44 Sektoren (mit Ausschluß der 4 Polkalotten) lauten für die zwei Hauptgruppen (I und II) der Sterne, die die zwei verschiedenen Ellipsoide geben — und die außerdem noch nach einem später zu erklärenden Prinzip in je zwei Untergruppen (I *a* und *b*, II *a* und *b*) geteilt wurden:

	Gruppe I *a*	Gruppe I *b*	Mittel
größte Achse = Apex........	$A_1 = 284°\ 36'$	$A_1 = 266°\ 8'$	$A_1 = 274°\ 31'$
	$D_1 = +36°\ 50'$	$D_1 = +29°\ 4'$	$D_1 = +33°\ 29'$
mittlere » = Zentrum	$A_2 = 34°\ 38'$	$A_2 = 22°\ 37'$	$A_2 = 28°\ 45'$
	$D_2 = +24°\ 35'$	$D_2 = +38°\ 45'$	$D_2 = +31°\ 49'$
kürzeste » = Pol	$A_3 = 150°\ 1'$	$A_3 = 150°\ 47'$	$A_3 = 150°\ 26'$
	$D_3 = +43°\ 9'$	$D_3 = +37°\ 34'$	$D_3 = +40°\ 16'$

	Gruppe II *a*	Gruppe II *b*	Mittel
größte Achse = Apex........	$A_1 = 272°\ 54'$	$A_1 = 262°\ 54'$	$A_1 = 269°\ 25'$
	$D_1 = +25°\ 52'$	$D_1 = +37°\ 46'$	$D_1 = +31°\ 6'$
mittlere » = Zentrum	$A_2 = 166°\ 33'$	$A_2 = 150°\ 30'$	$A_2 = 159°\ 24'$
	$D_2 = +29°\ 55'$	$D_2 = +26°\ 11'$	$D_2 = +29°\ 29'$
kürzeste » = Pol	$A_3 = 36°\ 12'$	$A_3 = 35°\ 11'$	$A_3 = 35°\ 38'$
	$D_3 = +48°\ 19'$	$D_3 = +41°\ 59'$	$D_3 = +44°\ 31'$

Hierbei umfaßt die Gruppe I *a* die Sterne der 12 Sektoren B_1 B_2 B_3 B_8 B_9 B_{10} C_{12} C_1 C_2 C_3 D_2 D_3; ihre mittlere gallaktische Länge ist $\lambda = 28^\circ 8$ und die Breite $\beta = -18^\circ 1$; die Gruppe I *b* enthält die 12 Sektoren E_6 E_7 E_8 E_3 E_4 E_5 D_6 D_7 D_8 D_9 C_8 C_9 mit $\lambda = 208^\circ 8$, $\beta = +18^\circ 1$, die Gruppe II *a* schließt die 10 Sektoren B_4 B_5 B_6 B_7 C_4 C_5 C_6 C_7 D_4 D_5 ein mit $\lambda = 94^\circ 7$, $\beta = +42^\circ 5$, endlich in

Gruppe II*b* sind die 10 Sektoren E_9 E_{10} E_1 E_2 D_{10} D_{11} D_{12} D_1 C_{10} C_{11} enthalten, deren mittleres $\lambda = 274°7$, $\beta = -42°5$ ist. Es gehören daher die Sterne der Gruppe I der Milchstraße an, die der Gruppe II*a* dem nördlichen, II*b* dem südlichen Teil des Himmels, der an die Milchstraße angrenzt. Die Reduktion der Äquatorkoordinaten α und δ in die der Milchstraße λ und β wurde mit den Werten $\Omega = 281°$ $i = 62°$ ausgeführt.

Von den mitgeteilten Zahlen interessiert zunächst die Richtung nach dem Apex. Sie steht mit dem aus den Sternzählungen gewonnenen Resultat

$$A = 260°\ 12' \qquad D = +47°\ 19'$$

in recht gutem Einklang. Weiters kommt die Richtung nach dem Zentrum der zweiten Sterngruppe in Betracht. Mit ihrem Mittelwert

$$A = 159°\ 24' \qquad D = +29°\ 29'$$

erinnert sie an die gleiche Richtung, die bei den vorhergegangenen Berechnungen zu

$$A = 197°\ 33' \qquad D = +23°\ 32'$$

gefunden wurde und, wie daraus zu entnehmen ist, von dem Pol der Milchstraße

$$A = 191° \qquad D = +28°$$

nicht zu weit liegt. Eben dorthin zeigt auch die dritte der Richtungen der Gruppe I mit

$$A = 150°\ 26' \qquad D = +40°\ 36'$$

Abgesehen von der Divergenz in der Größe der Ellipsoidachsen, denen diese beiden Richtungen angehören und für die eine Erklärung erst im folgenden versucht werden soll, zeigt sich eine recht gute Übereinstimmung der Zahlen untereinander, aber eine etwas schlechtere mit den Ergebnissen aus den Sternzahlen. Doch der Grund hiervon ist nunmehr klar. Er liegt darin, daß diese auf der Ebene der Milchstraße senkrecht steht, die zwei aus dem Ellipsoide gewonnenen dagegen auf einer ganz anderen Ebene normal stehen, nämlich auf denen, die durch die den letzten Ellipsoidachsen zugehörigen Richtungen charakterisiert erscheinen und deren Bestimmungsgrößen danach

Gruppe I: $\Omega = 118°\ 45'$ $\quad i = 58°\ 11'$

» II: $\Omega = 125°\ 38'$ $\quad i = 45°\ 29'$

sind und von den gleichen Größen der Milchstraßenebene

$$\Omega = 281° \qquad i = 62°$$

ziemlich stark abweichen. Es findet damit der oben ausgesprochene Satz, daß Bahnebene der Sterne und Ebene der Milchstraße nicht identisch sind, seine Bestätigung. Und noch weiter gehend, projiziert man die zwei oben für die Richtung nach dem Zentrum erhaltenen Werte

Gruppe I . . . . . . $A = 150°\ 26'$ $\quad D = +40°\ 16'$

und

Gruppe II . . . . . . $A = 159°\ 24'$ $\quad D = +29°\ 29'$

die die normale Richtung auf die Bahnebene und nicht auf die Milchstraße kennzeichnen, auf sie, so folgt eine neue Richtung zu

$$A = 275°\ 57' \quad D = -9°\ 28' \quad \text{beziehungsweise} \quad A = 265°\ 14' \quad D = -27°\ 5'$$

die wohl als mit dem Vertex der Sterne zusammenfallend bezeichnet werden kann, eine Tatsache, in der die einfachste geometrische Deutung der Vertex liegt. Er ist nichts anderes als die Projektion der Richtung nach dem Zentrum des Sternsystems auf die Ebene der Milchstraße.

Es ergibt sich demnach ein fundamentaler Unterschied darin, je nachdem ein gegebenes Beobachtungsmaterial an Eigenbewegungen von Fixsternen rein dynamisch oder gleichzeitig statistisch und dynamisch verwertet wird. Eine rein dynamische Verwendung, wie sie in der Bessel-Kobold'schen Methode der Apexbestimmung vorliegt, führt auf die dynamische Bahnebene und die Richtungen nach dem Apex und dem Zentrum der Sterne in ihr, eine statistisch dynamische dagegen, die sowohl der Kapteyn-Eddington'schen Hypothese der zwei Schwärme wie der Schwarzwild'schen Ellipsoidlehre und der vorliegenden Untersuchung zugrunde liegt, mit ihren Zählungen von Sternen mit bestimmten Positionswinkeln ihrer Eigenbewegungen, führt neben dem Apex, der aus beiden Rechnungsmethoden fast in gleicher Genauigkeit folgt, auf die statistisch definierte Hauptebene der Sterne, das ist die Milchstraße als die Ebene der größten Sternfülle und eine neue Richtung, den Vertex der Sterne, das ist die Projektionsrichtung des dynamischen Zentrums auf die Milchstraßenebene.

12. Es bleibt somit nur die eine Frage zu beantworten übrig, welchem inneren Grunde es zuzuschreiben ist, daß die Rechnung zwei Ellipsoide mit zweien gegeneinander vertauschten Achsenrichtungen liefert. Einen Versuch zur Erklärung dieser Eigentümlichkeit gab ich in einer kurzen Mitteilung in den Astronomischen Nachrichten. »Über die Bahnebene der Sonne und ihr Verhältnis zur Ebene der Milchstraße.« (A. N. Band 204. 1917, p. 417.) Er beruht auf dem Gedanken, daß die beiden Bahnebenen, auf die die zwei Ellipsoide führen und deren Pole

aus Gruppe I: durch $A_1 = 150° \; 26'$ $D_1 = 40° \; 16'$

mit der Richtung nach dem Zentrum

$$A_2 = 28° \; 49' \quad D_2 = +31° \; 49'$$

aus Gruppe II: durch $A_1 = 35° \; 38'$ $D_1 = 44° \; 31'$

mit der Richtung nach dem Zentrum

$$A_2 = 159° \; 24' \quad D_2 = +29° \; 29'$$

bestimmt erscheinen, nicht größte Kugelkreise der scheinbaren Himmelskugel sind, den Erd-, beziehungsweise Sonnenort nicht enthalten, sondern an ihm in einer gewissen Distanz vorbeigehen und damit die Frage entsteht nach der Lage des größten Kugel- oder Hauptkreises, dem sie parallel liegen. Die Rechnung ergab für ihren Knoten und ihre Neigung im Mittel

$$\Omega = 270° \qquad i = 52°$$

und damit eine Lage, die ihn als der Milchstraße parallel verlaufen läßt. Gegen die Richtigkeit dieses Versuches läßt sich jedoch der Einwand erheben, daß er parallelen Nebenkreisen verschiedene Knoten- und Neigungswerte zuschreibt, was, wenn sie auf die scheinbare Himmelskugel bezogen werden, nicht gestattet ist.

Ein zweiter auf der gleichen Grundlage fußender, aber doch von ihm verschiedener Erklärungsversuch ist der folgende. Er geht in der Aufstellung der Bedingung, daß die zwei Bahnebenen der Sterne nicht Haupt- sondern Parallelkreise der Himmelskugel sind, schon auf die ersten Gleichungen zurück, die zu ihrer Bestimmung dienen. Sie sind, wenn man die rechtwinkligen Koordinaten eines Sternes mit x, y und z, seine Bewegungsgrößen mit Δx, Δy und Δz und die unbekannten Richtungsvektoren seiner Bahnebene mit l_0, m_0 und n_0 bezeichnet

$$\begin{aligned} l_0 x + m_0 y + n_0 z &= 0 \\ l_0 \Delta x + m_0 \Delta y + n_0 \Delta z &= 0 \\ l_0^2 + m_0^2 + n_0^2 &= 1 \end{aligned} \qquad 16)$$

und führen zu den Lösungen

$$l_0 = (y\Delta z - z\Delta y) : D$$
$$m_0 = (z\Delta x - x\Delta z) : D \qquad 17)$$
$$n_0 = (x\Delta y - y\Delta x) : D$$

mit der Abkürzung

$$D^2 = (x^2 + y^2 + z^2)(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) - (x\Delta x + y\Delta y + z\Delta z)^2.$$

Nunmehr soll die erste Gleichung von 16, $l_0 x + m_0 y + n_0 z = 0$ die eine durch den Sonnenort gehende Ebene und damit einen größten Kugelkreis darstellt, ersetzt werden durch $lx + my + nz = p$ als die Gleichung eines Parallelkreises, wenn angenommen wird, daß die Größe p einen reellen Wert hat. Man hat daher folgendes System von Gleichungen aufzulösen.

$$lx + my + nz = p$$
$$l\Delta x + m\Delta y + n\Delta z = 0 \qquad 18)$$
$$l^2 + m^2 + n^2 = 1.$$

Führt man folgende Abkürzungen ein:

$$x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2$$

der Distanz der Sterne von der Sonne

$$x\Delta x + y\Delta y + z\Delta z = \rho\Delta\rho$$

mit $\Delta\rho$ als deren Radialbewegung

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \Delta\rho^2 + \rho^2 \cos^2\delta\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2 = g^2$$

mit g als ihrer Geschwindigkeit

$$\cos^2\delta\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2 = s^2$$

mit s ihrer Geschwindigkeit an der scheinbaren Himmelskugel

wodurch wird:

$$D^2 = \rho^4 s^2 = \rho^2(g^2 - \Delta\rho^2),$$

so lassen sich die Lösungen dieser Gleichungen in der Form schreiben:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{p^2 g^2}{\rho^4 s^2}} + \frac{p}{\rho^4 s^2}(g^2 x - \rho\Delta\rho\Delta x)$$
$$m = m_0 \sqrt{1 - \frac{p^2 g^2}{\rho^4 s^2}} + \frac{p}{\rho^4 s^2}(g^2 y - \rho\Delta\rho\Delta y) \qquad 19)$$
$$n = n_0 \sqrt{1 - \frac{p^2 g^2}{\rho^4 s^2}} + \frac{p}{\rho^4 s^2}(g^2 z - \rho\Delta\rho\Delta z)$$

Bei unserer vollständigen Unkenntnis über die Größe p können bezüglich ihrer nur Grenzwerte aufgestellt werden. Die erste Annahme, die

$$p = 0$$

jetzt, ist die bisher behandelte. Sie führt auf $l = l_0$ $m = m_0$ $n = n_0$ und damit auf die zwei schon bekanntgegebenen Ellipsoide. Ein zweiter Grenzwert, als Maximum von p, läßt sich aus dem Wurzelausdruck feststellen,, zu

$$p = \rho^2 s : g \qquad \text{oder} \qquad \frac{1}{p} = \frac{1}{\rho}\sqrt{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho s}\right)^2 + 1}$$

und gibt

$$l = \frac{g}{\rho^2 s} x - \frac{\Delta\rho}{g s \rho} \Delta x \qquad m = \frac{g}{\rho^2 s} y - \frac{\Delta\rho}{g s \rho} \Delta y \qquad n = \frac{g}{\rho^2 s} z - \frac{\Delta\rho}{g s \rho} \Delta z$$

als neue Richtungskonstanten für die Bahnebenen der Sterne, für deren Lage damit ebenfalls zwei Grenzwerte resultieren.

12. Man kann aber diese neuen Werte der Bahnkonstanten erst berechnen, wenn man für die in Betracht kommenden Sterne, deren Parallaxe $\pi = 1:\rho$ und deren Radialbewegung $\Delta\rho$ neben ihren Eigenbewegungen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ kennt, was eine bedeutende Vervollständigung der Beobachtungsdaten in sich schließt. Eine solche Zusammenstellung in betreff der Radialbewegungen hat Gyllenberg in der anfangs erwähnten Abhandlung im Anschlusse an die wertvolle von Charlier besorgte aller im Kataloge von L. Boss gesammelten Eigenbewegungen durchgeführt. Ich lasse sie hier mit Wiederholung der Charlier'schen, die schon in meiner II. Abhandlung: »Entwicklung nach Kugelfunktionen« p. 240, mitgeteilt ist, folgen:

Tabelle 5.

Eigen- und Radialbewegungen der Boss' Sterne.

Sektor	Zahl	$\cos\delta\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Zahl	$\Delta\rho$	p
Gruppe I*a* (Milchstraße):						
B_1	104	+ 0·538	— 0·433	41	— 0·850	0·9556
B_2	109	+ 0·491	— 0·628	36	+ 1·230	0·9330
B_3	87	+ 0·167	— 0·868	28	+ 1·743	0·8970
B_8	84	+ 0·250	+ 0·143	35	— 4·179	0·2656
B_9	122	+ 0·508	+ 0·123	42	— 3·519	0·5109
B_{10}	105	+ 0·538	— 0·100	34	— 1·955	0·7456
C_{12}	62	+ 1·000	— 0·306	30	— 0·233	0·9984
C_1	64	+ 0·625	— 0·797	24	+ 1·090	0·9656
C_2	92	+ 0·978	— 0·706	29	+ 1·714	0·9423
C_3	150	+ 0·660	— 0·600	55	+ 5·322	0·5568
D_2	63	+ 0·976	— 0·627	24	+ 3·254	0·8188
D_3	105	+ 0·138	— 0·291	41	+ 3·377	0·3564
Gruppe I*b* (Milchstraße):						
E_6	108	— 0·856	— 0·712	51	+ 1·010	0·9665
E_7	107	— 0·528	— 0·864	52	— 1·585	0·9313
E_8	97	— 0·156	— 1·062	46	— 0·381	0·9963
E_3	94	— 0·117	+ 0·436	45	+ 4·625	0·3637
E_4	161	— 0·488	— 0·127	69	+ 3·689	0·4800
E_5	109	— 0·775	— 0·206	55	+ 2·343	0·8074
D_6	45	— 1·078	+ 0·033	12	+ 2·497	0·8658
D_7	59	— 0·873	— 0·517	15	— 0·351	0·9965
D_8	86	— 0·570	— 0·849	25	— 0·527	0·9913
D_9	77	— 0·162	— 0·916	37	— 1·946	0·8859
C_8	69	— 0·703	— 0·529	31	— 2·444	0·8211
C_9	86	— 0·384	— 0·360	25	— 3·944	0·4711

Sektor	Zahl	cos $\delta\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Zahl	$\Delta\rho$	p
Gruppe II *a* (nördlich über der Milchstraße):						
B_1	70	— 0·386	— 0·543	27	+ 1·919	0·8115
B_5	67	— 1·291	— 0·649	30	— 0·802	0·9906
B_6	55	— 0·536	— 0·100	24	— 2·183	0·7068
B_7	81	— 0·747	+ 0·216	24	— 3·138	0·7041
C_1	102	— 0·274	— 0·696	34	+ 2·793	0·7310
C_5	66	— 0·742	— 1·273	25	+ 3·202	0·8786
C_6	59	— 0·830	— 0·856	23	+ 0·872	0·9838
C_7	61	— 1·008	— 0·431	35	— 0·495	0·9936
D_1	147	— 0·330	— 0·065	39	+ 5·417	0·2410
D_5	75	— 0·580	— 0·193	24	+ 4·082	0·5140
Gruppe II *b* (südlich unter der Milchstraße):						
E_9	53	+ 0·632	— 0·840	36	+ 0·045	1·0000
E_{10}	63	+ 0·675	— 0·627	35	+ 1·258	0·9460
E_1	51	+ 0·892	— 0·402	36	+ 2·109	0·8906
E_2	50	+ 0·740	+ 0·240	38	+ 3·694	0·6446
D_{10}	105	+ 0·224	— 0·700	31	— 1·740	0·8606
D_{11}	75	+ 0·767	— 0·687	31	— 2·208	0·8815
D_{12}	77	+ 0·838	— 0·461	19	+ 0·861	0·9754
D_1	53	+ 0·538	— 0·368	17	+ 2·026	0·7896
C_{10}	108	+ 0·306	— 0·380	40	— 3·638	0·4732
C_{11}	80	+ 0·662	— 0·738	29	— 2·099	0·8839

Die Bedeutung der einzelnen Kolonnen in der Tabelle ist klar und bedarf keiner weiteren Erklärung als nur der Angabe der Einheiten, in der die Zahlenwerte in ihr ausgedrückt sind. Die Einheit der Eigenbewegungen cos $\delta\,\Delta\,\alpha$ und $\Delta\,\delta$ sind Bogensekunden, aber gültig für einen Zeitraum von 20 Jahren. Die Einheit für die Radialbewegungen $\Delta\rho$ ist die von Charlier angenommene, Siriometer für ein Sternjahr. Sie werden durch Multiplikation mit 4·7375 in die gebräuchliche Einheit Kilometer in der Sekunde transformiert. Als Parallaxe zur Bestimmung der Distanzen ρ nahm ich für alle Sterne den gemeinsamen Wert

$$\pi = 0''0125$$

an, und zwar aus dem Grunde, weil damit die $\Delta\,\rho$, um sie in derselben Einheit zu erhalten, in welcher die cos $\delta\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ dargestellt erscheinen, einfach durch 4 zu dividieren sind.

Hiemit sind alle Angaben vorhanden, aus denen die Konstanten l_0 m_0 und n_0, sowie l m und n und damit auch nach den Beziehungen

$$l = \sin i \sin \Omega \qquad m = -\sin i \cos \Omega \qquad n = \cos i$$

die Knoten- und Neigungswinkel selbst direkt, ohne erst auf die Ellipsoide einzugehen, berechnet werden können. Die Resultate der Rechnung sind in der folgenden Tabelle enthalten:

Tabelle 6.

Knoten- und Neigungswinkel.

	für $p = 0$		für $p =$ Max.		Gallaktische Breite		für $p = 0$		für $p =$ Max.	
	☊	i	☊	i			☊	i	☊	i
Gruppe I *a*:						**Gruppe I *b*:**				
B_1	239°21'	56°38'	123°52'	56°51'	— 16°6 +	E_6	238°25'	57° 8'	124°55'	52°43'
B_2	262 59	64 47	118 10	31 34	— 7·1 +	E_7	257 24	68 25	120 31	28 27
B_3	277 46	82 20	104 26	19 37	+ 12·3 —	E_8	275 56	84 7	181 8	39 52
B_8	218 55	52 13	100 17	58 14	+ 26·8 —	E_3	259 14	79 28	147 32	26 43
B_9	234 53	46 41	111 25	59 42	+ 4·0 —	E_4	195 50	46 55	95 47	79 27
B_{10}	237 23	46 3	115 39	63 43	— 12·3 +	E_5	231 26	46 59	112 4	62 17
C_{12}	194 15	22 12	82 8	76 28	— 40·6 +	D_6	261 59	14 35	106 0	76 33
C_1	206 5	53 19	94 13	63 56	— 47·3 +	D_7	217 53	33 35	100 33	73 3
C_2	244 6	38 17	117 33	64 50	— 36·3 +	D_8	231 32	57 20	130 39	69 32
C_3	270 23	44 15	108 2	47 8	— 14·9 +	D_9	257 32	80 18	158 49	48 26
D_2	203 44	35 27	105 54	84 30	— 55·7 +	C_8	206 30	39 12	107 40	82 16
D_3	248 14	65 29	129 16	43 18	— 29·5 +	C_9	240 5	45 4	118 23	62 15
Mittel	236 30	50 39	109 15	55 49		Mittel	239 29	54 25	125 20	58 53
Gruppe II *a*:						**Gruppe II *b*:**				
B_4	99°17'	48°14'	270°59'	24°22'	+ 36°6 —	E_9	97°57'	64°54'	215°29'	45°24'
B_5	109 21	51 38	242 37	48 51	+ 61·4 —	E_{10}	124 41	58 52	236 3	58 58
B_6	122 46	46 4	238 21	65 51	+ 72·0 —	E_1	140 28	49 57	258 20	60 55
B_7	121 48	47 19	261 35	50 22	+ 52·0 —	E_2	119 24	47 49	255 35	51 28
C_4	99 23	69 13	219 28	37 8	+ 10·2 —	D_{10}	100 26	72 50	207 17	46 47
C_5	126 43	60 49	242 49	51 45	+ 36·5 —	D_{11}	119 24	43 51	249 26	58 18
C_6	151 14	47 20	262 45	68 18	+ 62·3 —	D_{12}	140 34	31 58	243 28	81 54
C_7	164 52	27 13	278 57	78 8	+ 75·9 —	D_1	174 55	36 56	254 16	82 4
D_4	156 46	18 12	268 11	83 2	— 3·3 +	C_{10}	116 6	53 18	236 16	56 55
D_5	171 55	23 15	280 12	82 19	+ 21·1 —	C_{11}	147 38	49 43	240 29	83 20
Mittel	132 24	43 56	256 35	59 1		Mittel	128 6	51 0	239 40	62 36

Sie zeigen, daß sich diese merkwürdige Vertauschung der Richtungen auch auf die Werte für ☊ und i ausdehnt, die für den zulässigen Maximalwert für p berechnet wurden. Die Mittelwerte der zwei Gruppen sind:

Gruppe I: $p = 0$...... ☊ $= 238°\ 0'$ $i = 52°\ 32'$ $p =$ Max.... ☊ $= 117°\ 19'$ $i = 57°\ 21'$

» II: $p =$ Max.... ☊ $= 248°\ 8'$ $i = 60°\ 49'$ $p = 0$...... ☊ $= 130°\ 15'$ $i = 47°\ 28'$

Wohl ist hiedurch des Rätsels Lösung nicht gegeben, aber doch das eine erzielt, daß man nunmehr die Grenzwerte kennt, zwischen denen ☊ und i der Bahnebenen der Sterne liegen. In meinen

ersten Mitteilungen (I und II) habe ich mich für die Gruppe I als die richtige entschieden; es scheint jedoch dies nicht der Fall zu sein und vielmehr die der Gruppe II und der Annahme $p = 0$ zugehörigen Werte der Wahrheit besser zu entsprechen. Den Grund hiefür liefert die folgende Rechnung:

Als Mittelwert der Knoten- und Neigungswerte der Bahnebenen für die beiden Sterngruppen ergibt sich

Gruppe I: $\Omega_1 = 243° \, 4'$ $i_1 = 56° \, 40'$ Gruppe II: $\Omega_2 = 123° \, 47'$ $i_2 = 52° \, 40'$

Sie repräsentieren je eine Hauptebene der zwei jeder Sterngruppe zugehörigen Ellipsoide und da beide eine Achsenrichtung gemeinsam haben, so muß ihre Schnittlinie in dieser gemeinschaftlichen Richtung, die der Apexrichtung, liegen. Tatsächlich bestimmt sich durch den Schnitt der beiden Ebenen die Richtung

$$A = 270° \, 66' \qquad D = +35° \, 24'$$

die als mit der Apexrichtung zusammenfallend anzusehen ist. Aus dieser wieder folgt die Richtung nach dem Zentrum, als auf ihr normalstehend und in der Bahnebene liegend, zu:

Gruppe I: $A = 33° \, 38'$ $D = +36° \, 52'$ Gruppe II: $A = 152° \, 30'$ $D = +32° \, 13'$

und schließlich, wie schon oben nachgewiesen wurde, der »sogenannte« Vertex als Projektion dieser letzteren auf die Ebene der Milchstraße. Diese zu $\Omega = 281°$ $i = 62°$ angenommen gibt

Gruppe I: $A = 227° \, 22'$ $D = -56° \, 37'$ Gruppe II: $A = 272° \, 53'$ $D = -14° \, 47'$

wo, wie sich zeigt, die der Gruppe II angehörende Richtung mit dem wirklichen Vertex zusammenfällt und daher wohl die ihr zugehörige Bahnebene als die wahre Bahnebene der Sterne zu betrachten ist.

Da die Knotenwerte Ω, die für $p = 0$ und $p = \text{Max.}$ erhalten wurden, sich genähert zu 360° ergänzen, so kann man auch diese Forderung als eine streng zu erfüllende ansehen und hat dann der Reihe nach folgende Zahlenwerte:

Bahnebene: Gruppe I: $\Omega = 237° \, 31'$ $i = 47° \, 40'$ Gruppe II: $\Omega = 122° \, 29'$ $i = 47° \, 40'$

Apex als Schnittlinie: $A = 270° \, 0'$ $D = +30° \, 32'$

Zentrumsrichtung:	Gruppe I:....	$A = 22° \, 4'$	Gruppe II:	$A = 157° \, 56'$
		$D = +32° \, 29'$		$D = +32° \, 29'$
Vertex:	» I:....	$A = 212° \, 47'$	» II:	$A = 272° \, 44'$
		$D = -60° \, 13'$		$D = -15° \, 8'$

wo, wie sich zeigt, wieder der der Gruppe II der Sterne zugehörige Wert für die Vertexrichtung sehr nahe mit dem andrerseits aus den Beobachtungen abgeleiteten zusammenfällt.

12. Als letzte ist nun noch die Größe R/r zur Diskussion heranzuziehen. Ihrer Bedeutung nach stellt sie die Exzentrizität der Sonnenstellung gegenüber dem Schwerpunkt der hier in Betracht kommenden Sterne dar und entsprechend ihrem Werte, der oben für die erste Form der Verteilungsfunktion aus den beiden Hauptgruppen der Milchstraßen- und Nichtmilchstraßensterne zu 0·6250 beziehungsweise 0·9321 und im Mittel aus allen zu 0·7437, dagegen für die zweite Form des Verteilungsgesetzes zu 0·9093 gefunden wurde, läßt sie auf eine äußerst exzentrische Lage der Sonne schließen. Vorläufig geben die Beobachtungen kein Mittel, dieses Ergebnis nach seiner Möglichkeit, ebensowenig nach seiner Richtigkeit zu prüfen, jedoch nur was die Größe der

Exzentrizität anlangt. Die Richtung dagegen, in welcher die Sonne vom Baryzentrum der Sterne aus gesehen steht, läßt sich prüfen und eine solche Prüfung soll hier noch zum Schlusse versucht werden.

In der Richtung von der Sonne nach dem Baryzentrum, das ist etwa in der durch etwa

$$A = 150° \qquad D = +30°$$

bestimmten, werden die Sterne im Mittel weiter entfernt von uns stehen als in der entgegengesetzten, für die

$$A = 330° \qquad D = -30°$$

ist und daß dies tatsächlich der Fall ist, läßt sich, wie folgt nachweisen:

Ich ziehe zu diesem Nachweise wieder, wie schon oft, die Analogie der Sternbewegungen mit denen der kleinen Planeten heran. Wie sich aus den Entwicklungen in meiner III. Mitteilung (p. 316 ff.) ergibt, läßt sich auch auf diese die Airy'sche Methode der Apexbestimmung anwenden und führt da auf Zahlen, welche mit der hier kontrollierbaren Wahrheit in recht guter Übereinstimmung stehen. So folgt aus den schon in der erwähnten Abhandlung mitgeteilten Daten, die ich hier nur ganz kurz wiederhole, ohne auf nähere Details der Rechnung einzugehen:

Tabelle 7.

Bewegungsgrößen der kleinen Planeten für 1888, Jänner 7.—27.

	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	lg ρ	$\Delta\rho$		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	lg ρ	$\Delta\rho$
0^h	+ 28m245	+ 169'42	0·43358	+ 821'9	12^h	+ 4m794	— 20'41	0·35259	— 830'0
2	+ 17·406	+ 127·82	0·37412	+ 929·9	14	+ 16·891	— 65·26	0·44011	— 931·0
4	+ 0·250	— 1·93	0·34557	+ 818·1	16	+ 27·387	— 68·62	0·51462	— 791·7
6	— 12·411	— 2·67	0·23633	+ 471·4	18	+ 36·550	+ 10·87	0·54933	— 414·8
8	— 19·664	+ 51·00	0·25864	— 35·2	20	+ 36·183	+ 94·28	0·56723	— 28·4
10	— 11·195	+ 45·42	0·32747	— 495·8	22	+ 30·300	+ 165·37	0·55121	+ 505·5

α) zunächst aus den wahren Bewegungsgrößen $\rho \cos \delta \Delta \alpha$, $\rho \Delta \delta$ und $\Delta \rho$

$$A = 206° \; 49' \qquad D = -11° \; 8' \qquad lg \text{ wahr. Geschw.} = 3 \cdot 0286$$

β) dagegen aus den scheinbaren Vektoren $\cos \delta \Delta \alpha$, $\Delta \delta$ und $\Delta \rho / \rho$

$$A = 207° \; 29' \qquad D = -11° \; 46' \qquad lg \text{ scheinb. Geschw.} = 2 \cdot 5788$$

während die Ephemeride für die Stellung der Erde gegenüber der Sonne für das Datum 1888, Jänner 17

$$A = 205° \; 3' \qquad D = -10° \; 25'$$

gibt, außerdem noch aus dem Verhältnis der beiden Geschwindigkeiten die mittlere Distanz der Planeten von der Sonne zu $lg\, r = 0 \cdot 4498$ resultiert, eine Zahl, die dem allgemein angenommenen Mittelwerte dieser Distanz recht gut entspricht.

Teilt man aber die 12 zur Verfügung stehenden Daten in zwei Gruppen, der Opposition und Konjunktion der Planeten, je nachdem die Bewegung in Rektaszension negativ oder positiv ist; vereinigt so die Zeiten 0^h, 2^h, 14^h, 16^h, 18^h, 20^h und 22^h in die erste Gruppe der Konjunktion die weiteren 4^h, 6^h, 8^h, 10^h und 12^h in die zweite der Opposition und wendet nunmehr an diese getrennt die Airy'sche Methode der Apexbestimmung an, so folgt:

1. Gruppe Konjunktion:

wahre Bewegungen..... $A = 206°\ 37'$ $D = -11°\ 45'$ *lg* wahre Geschw. $= 3 \cdot 1523$

scheinbare Bewegungen . $A = 208°\ 8'$ $D = -12°\ 29'$ *lg* scheinb. » $= 2 \cdot 6506$

woraus durch Division für die mittlere Distanz als zur Zeit der Konjunktion gültig, resultiert

$$lg\, r = 0 \cdot 5017$$

2. Gruppe: Opposition:

wahre Bewegungen..... $A = 204°\ 42'$ $D = -9°\ 42'$ *lg* wahre Geschw. $= 2 \cdot 7609$

scheinbare Bewegungen . $A = 206°\ 3'$ $D = -10°\ 10'$ *lg* scheinb. » $= 2 \cdot 4533$

mit dem daraus abzuleitenden Wert für die Distanz zur Zeit der Opposition

$$lg\, r = 0 \cdot 3076$$

welche beiden Zahlen klar die exzentrische Stellung der Erde gegenüber dem Kreise erkennen lassen, in dem sich die Planeten um die Sonne bewegen. Die Größe der Exzentrizität selbst bestimmt sich daraus zu

$$R = 1 \cdot 1442$$

gegenüber dem wahren Wert $R = 1$ als der mittleren Distanz der Erde von der Sonne.

13. Es lohnt nun eines Versuches, auch auf die Sterne diese Methode anzuwenden, namentlich da die Zusammenstellung der Beobachtungsergebnisse nach Charlier und Gyllenberg, wie sie in Tabelle 5, p. 32 [300] mitgeteilt wurde, dazu gleichsam auffordert, indem sie alle zur Durchführung der Rechnung nötigen Daten enthält.

Aus der natürlichen Gruppierung der Sterne, die aus deren Lagerung zur Milchstraße entsteht und vorher als Milchstraßen- und Nichtmilchstraßenteilung bezeichnet wurde, sonderte ich noch zwei Untergruppen ab, die eine mit nur negativer Bewegung in Rektaszension, gewissermaßen im Sinne der kleinen Planeten gesprochen als zum Baryzentrum in Opposition befindlich, die zweite mit positiver Bewegung in Æ, als zu diesem in Konjunktion stehend und erhielt so die 4 in der Tabelle 5 angegebenen Gruppen, die mit I *a*, I *b*, II *a* und II *b* bezeichnet sind. Die getrennte Anwendung der Airy'schen Methode der Apexberechnung führte auf die folgenden Ergebnisse:

I. Milchstraßenzone mit positivem $\Delta\alpha$ (Gruppe I *a*):

a) aus den Radialbewegungen.... $A = 266°\ 13'$ $D = +21°\ 51'$ *lg* Geschw. $= 0 \cdot 6448$

b) » » $\cos\delta\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$.... $A = 260°\ 20'$ $D = +34°\ 18'$ » $= 8 \cdot 6883$

Die Einheiten für die *lg* Geschw. in beiden Fällen sind so gewählt, daß ihre Division sofort die Parallaxe der Sterne in Bogensekunden gibt. Es wird

$$lg\,\pi = 8 \cdot 0435... \qquad \pi = 0''01105.$$

II. Nichtmilchstraßensterne mit negativem $\Delta\alpha$ (Gruppe II *a*):

a) aus den Radialbewegungen.... $A = 247°\ 42'$ $D = +28°\ 42'$ *lg* Geschw. $= 0 \cdot 6892$

b) » » $\cos\delta\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$.... $A = 269°\ 42'$ $D = +29°\ 28'$ » $= 8 \cdot 7435$

woraus durch Division sich ergibt

$$lg\,\pi = 8 \cdot 0543... \qquad \pi = 0''01133,$$

ein Wert, der mit dem aus der Gruppe I *a* berechneten fast vollständig zusammenfällt und als Mittel aus beiden liefert

$$\pi_1 = 0''01119.$$

III. Milchstraßensterne mit negativem $\Delta\alpha$ (Gruppe I b):

a) aus den Radialbewegungen.... $A = 274° 14'$ $D = +40° 50'$ lg Geschw. $= 0 \cdot 5563$

b) » » $\cos\delta\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$.... $A = 269° 30'$ $D = +31° 18'$ » $= 8 \cdot 7333$

mit $lg\,\pi = 8 \cdot 1770$ $\pi = 0''01503$

IV. Nichtmilchstraßensterne mit positivem $\Delta\alpha$ (Gruppe II b):

a) aus den Radialbewegungen.... $A = 281° 8'$ $D = +32° 15'$ lg Geschw. $= 0 \cdot 5894$

b) » » $\cos\delta\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$.... $A = 273° 10'$ $D = +34° 42'$ » $= 8 \cdot 7122$

mit $lg\,\pi = 8 \cdot 1228$ $\pi = 0''01327$

wobei, wie man sieht, die beiden letzten Parallaxenwerte wieder recht gut übereinstimmen und als Mittelwert

$$\pi_2 = 0''01415$$

geben, der jedoch von dem aus den beiden ersten Gruppen abgeleiteten $\pi = 0''01119$ ein wenig abweicht.

Ist diese Abweichung nun reeller Natur oder doch nur ein Spiel des Zufalls? Sie wurde als reeller Natur angesehen; dann würde dies heißen, daß die Sterne der Gruppen I a und II a, deren mittlere Parallaxe $\pi = 0''01119$ ist, von der Sonne weiter entfernt stehen, als die der I b und II b, deren mittlere Parallaxe $\pi = 0''01415$ beträgt und daß die Exzentrizität des Sonnenortes gegenüber dem des Baryzentrums daraus nach der Relation

$$\frac{1}{\pi} = \frac{1}{\pi_1} - \frac{1}{\pi_2}$$

berechnet zu

$$\pi = 0''0535$$

folgt, eine Größe, die aussagt, daß die Entfernung der Sonne vom Mittelpunkte des Sternsystems einen Betrag erreicht, der etwa der mittleren Entfernung der Sterne von der Größe 2—3 gleichkommt. Nun sind die mittleren Koordinaten der einzelnen Sterngruppen

I a..... $A = 20°$	$D = +14°$	daraus im Mittel	$A = 88°$ $D = +14°$
II a..... $A = 156°$	$D = +14°$		
I b..... $A = 200°$	$D = -14°$	» » »	$A = 268°$ $D = -14°$
II b..... $A = 336°$	$D = -14°$		

Es liegen also, die Abweichung zwischen den beiden Parallaxenwerten stets als reell vorausgesetzt, die entfernteren Sterne in der Richtung

$$A = 88° \ldots \qquad D = +14°$$

die näheren dagegen in der entgegengesetzten

$$A = 268° \ldots \qquad D = -14°$$

und beide Richtungen stimmen mit dem p. 36 [304] gefundenen Ergebnisse keineswegs schlecht überein. Nur die Exzentrizitäten selbst sind wesentlich verschieden. Nach dem früheren sollte sie $\frac{R}{r} = 0 \cdot 74 \ldots$ sein, während sie aus den vorliegenden Entwicklungen zu $0 \cdot 22 \ldots$ folgt.

Aber noch mehr! Man könnte immer noch an der Realität in der Divergenz der beiden Parallaxenwerte $\pi_1 = 0''01119$ und $\pi_2 = 0''01415$ festhaltend, sich versucht fühlen, die Analogie der

Sternbewegungen mit denen der kleinen Planeten noch einen Schritt weiter zu führen. Man weiß ja, daß die negative Rektaszensionsbewegung zur Zeit der Opposition und die positive während der Konjunktion eine Folge der wohl gleichsinnigen Geschwindigkeit beider, aber der langsameren der Planeten gegenüber der rascheren der Erde ist. Ebenso kann man versucht sein zu schließen, verhält es sich mit den beiden Milchstraßengruppen I *a* und I *b*. Die ersteren sind bei positiver Bewegung in Rektaszension von der Sonne weiter entfernt, stehen also mit ihr in bezug auf das Baryzentrum in Konjunktion, die zweiten dagegen zeigen ein negatives $\Delta\alpha$, sind der Sonne näher und daher mit ihr in Opposition. Daraus folgt, daß die Milchstraße und mit ihr die Sonne ein System von Sternen bilden, das vergleichbar ist mit dem Schwarm der kleinen Planeten und der Erde. Die Bewegungen der Sterne in diesem System sind gleichgerichtet, die Sterne in ihm laufen im Mittel langsamer als die Sonne und der Teil von ihnen, der als I *a* bezeichnet wurde, und dessen Grenzen in gallaktischer Länge zwischen 320° und 102° liegen, ist zur Sonne in Konjunktion, dagegen der Teil I *b*, dessen Grenzen innerhalb der gallaktischen Längen 140°—282° sich befinden, mit der Sonne in Opposition. Wesentlich anders verhält es sich mit den beiden Gruppen II *a* und II *b*, von denen die erstere nördlich von der Milchstraße zwischen den gallaktischen Längen 207°—131° liegt, die zweite südlich in den Längen 27°—311° sich befindet. Die erstere steht wegen des kleineren π mit der Sonne in Konjunktion, hat aber eine negative Bewegung in Rektaszension, bei der zweiten ist das Verhältnis gerade umgekehrt. Die Oppositionstellung bei größerem π ist mit einem $+\Delta\alpha$ verbunden. Es führt dies zu dem Bilde, als ob diese beiden Nichtmilchstraßengruppen die zwei Äste einer Spirale wären, die sich die eine aufwärts, die andere abwärts von der Milchstraße wegbewegen und in diesem Bilde läge die einfachste Veranschaulichung der durch diese Überlegungen konstatierten eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten in den Bewegungen gerade dieser zwei Sterngruppen. Eine andere Möglichkeit ihrer Erklärung läge in der Anschauung, daß sie die Teile eines gegen die Milchstraße geneigt stehenden und sie durchdringenden Sternschwarmes sind, besonders wenn man noch die Annahme hinzufügt, daß der Schwarm in seinen beiden nördlich und südlich der Milchstraße gelegenen Teilen von kleinerem Durchmesser ist als die breitere Milchstraße selbst und wir beide dann von der Sonne aus als einem »äußeren« Punkt beobachten. Man käme so wieder auf die Zweischwarmhypothese zurück, wenn auch nicht zu verkennen ist, daß zwischen der älteren und der eben hier aufgestellten neuen ein wesentlicher Unterschied besteht.

IV. Zusammenfassung.

14. In Zusammenfassung der gewonnenen Resultate lassen sich folgende Leitsätze aufstellen:

1. Es wird auf Grundlage der neuen Hypothese, die die Gesetzmäßigkeiten in den Bewegungen der Sterne in Analogie mit den Bewegungen der kleinen Planeten auf die einfache Annahme einer exzentrischen Stellung der Sonne im System der Fixsterne zurückzuführen versucht, die Verteilungsfunktion für die Zahl der Sterne mit bestimmten Positionswinkeln ihrer Eigenbewegung in der doppelten Form:

$$dN = Ce^{-h^2(u^2+v^2)}\,du\,dv\,.\,F \qquad\qquad dN = Ce^{-h^2(u^2+v^2)}\,du\,dv : F$$

aufgestellt, in der der erste Faktor $Ce^{-h^2(u^2+v^2)}$ aussagt, daß die Bewegungen im System nur dem Maxwell'schen Zufallsgesetze gehorchen, der zweite F, beziehungsweise $1 : F$ die Transformation angibt, die zum Übergange vom Schwerpunkte auf den exzentrischen Sonnenort führt. Die durch diese neue Verteilungsfunktion erzielte Darstellung der Sternzahlen ist, was die Durchschnittsfehler anlangt, äquivalent jenen, die sowohl die Zweischwarmhypothese, für die

$$dN = C_1 e^{-h^2(u_1^2+v_1^2)}\,du_1\,dv_1 + C_2 e^{-h^2(u_2^2+v_2^2)}\,du_2\,dv_2$$

ist, wie die ellipsoidale, nach der

$$dN = Ce^{-h^2(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)}\,du\,dv\,dw$$

zu setzen wäre, erlangen.

2. Aus dem ersten Faktor der neuen Verteilungsfunktion folgt der Apex der Sonnenbewegung zu

$$A = 260^\circ\ 12' \qquad D = +47^\circ\ 19'$$

aus dem zweiten Faktor dagegen, in Übereinstimmung, ob er multiplikativ oder divisiv, aber dann um 90° gedreht verwendet wird, für die heliozentrische Richtung nach dem Baryzentrum

$$A = 197^\circ\ 32' \qquad D = +23^\circ\ 40'$$

ein Wert, welcher als mit dem Pol der Milchstraße zusammenfallend angesehen werden kann.

3. Es wird ferner im Anschluß an die Entwicklung in meinen ersten Abhandlungen eine neue Bestimmung der Bahnebene der Sonne versucht, und aus ihr in Verbindung mit der Theorie des Ellipsoids, auf das die Bessel-Kobold'sche Methode der Apexberechnung führt, die heliozentrische Richtung nach dem Baryzentrum zu

$$A = 159^\circ\ 24' \qquad D = +29^\circ\ 29'$$

gefunden. Sie weicht von der Richtung nach dem Pol der Milchstraße recht bedeutend ab und in dieser Abweichung sagt sie aus, daß die Bahnebene der Sonne und mit ihr auch die der Sterne nicht mit der Milchstraße identisch sind. Projiziert man nun diese Richtung auf die Milchstraße, so folgt eine neue, die mit

$$A = 275^\circ\ 57' \qquad D = -9^\circ\ 28'$$

als mit der Richtung nach dem Vertex der Sternbewegungen zusammenfallend anzusehen ist. Damit scheint mir der Nachweis erbracht zu sein, daß in den Eigenbewegungen der Sterne dem Vertex keine reale Bedeutung zukommt, sondern er uns nur vorgetäuscht wird, einerseits durch die exzentrische Stellung der Sonne innerhalb der Fixsterne, andrerseits durch die Tatsache, daß die Bahnen der Sterne nicht in der Milchstraße liegen; er ist nichts anderes als die Projektion der in der Bahnebene liegenden Zentrumsrichtung nach dem Schwerpunkt des Sternsystems auf die Milchstraße und entspringt dem Umstand, daß ein wesentlicher Unterschied besteht zwischen jenen Apexberechnungen, die sich auf die rein dynamischen Größen der Eigenbewegungen, $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$, sowie der Radialbewegungen $\Delta\rho$ stützen und das ist die Airy'sche und Bessel-Kobold'sche Methode, und jenen, die sich auf mehr statistische Größen, wie Sternzählungen von bestimmter Richtung ihrer Eigenbewegung gründen. Beide führen auf den gleichen Apex, die ersteren aber außerdem auf die wahren Bahnebenen der Sterne und die heliozentrische Richtung nach dem Baryzentrum, die zweiten dagegen auf die Milchstraße als die Ebene der größten Sternfülle und eine dritte Richtung, den Vertex, als die Projektion der Zentrumsrichtung auf die Milchstraße.

Nur ein zunächst noch unlösbarer Widerspruch tritt hier auf. Die Entwicklung gibt nämlich statt einer einzigen Bahnebene deren zwei, eine gültig für die Milchstraßensterne allein und die zweite für jene, die nördlich und südlich von der Milchstraße liegen, gleichsam so, als ob doch eine Teilung des Himmels in zwei Sternschwärme bestünde, von denen der eine die Milchstraße erfüllt, der zweite von Nord nach Süd sie durchschneidet.

4. Endlich wird noch eine Erweiterung der Airy'schen Methode der Apexbestimmung vorgenommen auf Grundlage einer Trennung der Sterne mit positiver und negativer Bewegung in Rektaszension. Sie wird an einem der geozentrischen Bewegung der kleinen Planeten entnommenen Beispiel geprüft und führt da mit dem Hinweise darauf, daß ein positives $\Delta\alpha$ mit deren Konjunktions-, ein negatives dagegen mit deren Oppositionsstellung zusammenfällt, auf einen Wert für die Exzentrizität des Erdortes gegenüber der Sonne in dem von den Planeten um sie beschriebenen Kreis, der nur um 10% von der Wahrheit

abweicht. Ganz analog verhält es sich mit der ersten Gruppe der Sterne, die in der Milchstraße liegen. Jene, die eine positive Bewegung in Rektaszension haben, stehen zur Sonne in Konjunktion und sind von ihr weiter entfernt, die anderen mit ihrem negativen $\Delta\alpha$, in Opposition, sind ihr näher und die Rechnung ergibt für die Parallaxe der Sonne gegenüber dem Schwerpunkt des Sternsystems den Wert

$$\pi = 0''05$$

der auf die mittlere Distanz der Sterne von der 2.—3. Größe hinweist. Ein entgegengesetztes Verhalten zeigen die Nichtmilchstraßensterne. Die nördlichen haben eine negative Bewegung in Rektaszension, sind trotzdem von der Sonne weiter entfernt, mit ihr also scheinbar in Konjunktion, die südlichen mit einem positiven $\Delta\alpha$, der Sonne näher und mit ihr in Opposition. Beides Tatsachen, die die Zweispaltung des ganzen Fixsternhimmels, die durch die Existenz zweier Bahnebenen gefordert wird, auch in dieser neuen Richtung zu bestätigen scheinen und zu dem Bilde führen, als ob wir es in der Milchstraße mit einem Schwarm von Sternen zu tun hätten, das ganz analog ist dem Schwarm der kleinen Planeten, in dem also alle Bewegungen gleichsinnig stattfinden, die Sonne in ihm eine exzentrische Stellung innehat und, weil sie dem Zentrum des Schwarmes näher steht, eine raschere Bewegung besitzt als die anderen Sterne, von dem aber weiter zwei Äste als die zwei die Nichtmilchstraßensterne bildenden Gruppen in nördlicher und südlicher Richtung ausstrahlen.